93 學年度研究試題測試
數學考科（卷一）參考答案

一、選擇題答案

題號	答案
1	4
2	2345
3	1245
4	12345
5	124
6	0
7	0
8	2
9	1
10	1
11	0
12	9
13	2
14	6
15	1
16	3
17	2
18	3

二、非選擇題參考答案：

卷一第一題

題號	解答
（1）	靠窗者其座號除以 8 需餘 1 或 2. 而 514=64*8+2 故靠窗
（2）	373、375、376 除以 8 各餘 5,7,0（8 亦可） 故三人坐在同一排且相連的位置
（3）之（a）	今年非閏年，生日是星期六，但今年是閏年多一天，所以其生日應爲星期日
（3）之（b）	4 月 2 日與 4 月 24 日相差 22 天, 又 22 除以 7 餘 1,故 4 月 24 日爲星期六。4 月 24 日與 5 月 24 日相差 30 天， 又 30 除以 7 餘 2 故 5 月 24 日爲星期一。依此推算若隔大月則加 3，小月則加 2。故 6 月 24 日須加 3，即 2+3=5； 7 月 24 日須加 2，即 5+2=7； 8 月 24 日須加 3，即 3+3=6； 9 月 24 日須加 3，即 3+3=6； 10 月 24 日須加 2，即 6+2=8，除以 7 餘 1； 故 10 月 24 日爲星期日； 11 月 24 日爲星期三；12 月 24 日爲星期五。反之 3 月 24 日爲星期三；2 月 24 日爲星期二；1 月 24 日爲星期六。故今年只有 10 月 24 日在星期日， 得知筆友的生日在 10 月
（3）之（c）	若不是閏年一年有 365 天， 365 除以 7 餘 1，不過每四年有一閏年，故到 2008 年時，應加 5 天(即星期五)。因此得等到 2009 年 10 月 24 日才會是星期六，也就是還得等 5 年。

卷一第二題

題號	解答
（1）	若$180° < A < 270°$，則$210° < A + 30° < 300°$ 因$\sin 2004° = \sin 204° = \sin 336°$，所以 A 無解
（2）	若$270° < A < 360°$，則$300° < A + 30° < 390°$ 在此範圍內，$A + 30° = 336°$，所以$A = 306°$

93 學年度研究試題測試

數學考科（卷二）參考答案

一、選擇題答案

題號	答案
1	3
2	3
3	345
4	12345
5	2345
6	134
7	1
8	3
9	2
10	3
11	3
12	2
13	3

二、非選擇題參考答案：

卷二第一題

題號	解答
（1）	橢圓爲中心爲$(2,0)$。焦點到中心的距離爲 2。因此$k=2^2+4=8$，另一個焦點的座標爲$(4,0)$。以原點爲中心，逆時針轉$45°$之後，另一個焦點的座標爲$\left(2\sqrt{2},2\sqrt{2}\right)$
（2）	將點$(-1,1)$順時針轉$45°$後，得點$\left(0,\sqrt{2}\right)$。將$\left(0,\sqrt{2}\right)$代入 $\Gamma:\dfrac{(x-2)^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}$，得值爲 1，所以旋轉後的點通過$(-1,1)$。

卷二第二題

題號	解答
（1）	今年非閏年，生日是星期六，但今年是閏年多一天，所以其生日應爲星期日
（2）	4 月 2 日與 4 月 24 日相差 22 天, 又 22 除以 7 餘 1，故 4 月 24 日爲星期六。4 月 24 日與 5 月 24 日相差 30 天， 又 30 除以 7 餘 2 故 5 月 24 日爲星期一。依此推算若隔大月則加 3，小月則加 2。故 6 月 24 日須加 3，即 2+3=5； 7 月 24 日須加 2，即 5+2=7； 8 月 24 日須加 3，即 3+3=6； 9 月 24 日須加 3，即 3+3=6； 10 月 24 日須加 2，即 6+2=8，除以 7 餘 1； 故 10 月 24 日爲星期日； 11 月 24 日爲星期三；12 月 24 日爲星期五。反之 3 月 24 日爲星期三；2 月 24 日爲星期二；1 月 24 日爲星期六。故今年只有 10 月 24 日在星期日， 得知筆友的生日在 10 月
（3）	若不是閏年一年有 365 天， 365 除以 7 餘 1，不過每四年有一閏年，故到 2008 年時，應加 5 天(即星期五)。因此得等到 2009 年 10 月 24 日才會是星期六，也就是還得等 5 年。

93 學年度研究試題測試

數學考科（卷三）參考答案

一、選擇題答案

題號	答案
1	3
2	1
3	3
4	123
5	235
6	35
7	234
8	2
9	6

二、非選擇題參考答案：

卷三第一題

題號	解答
（1）	今年非閏年，生日是星期六，但今年是閏年多一天，所以其生日應爲星期日
（2）	4 月 2 日與 4 月 24 日相差 22 天, 又 22 除以 7 餘 1，故 4 月 24 日爲星期六。4 月 24 日與 5 月 24 日相差 30 天， 又 30 除以 7 餘 2 故 5 月 24 日爲星期一。依此推算若隔大月則加 3，小月則加 2。故 6 月 24 日須加 3，即 2+3=5； 7 月 24 日須加 2，即 5+2=7； 8 月 24 日須加 3，即 3+3=6； 9 月 24 日須加 3，即 3+3=6； 10 月 24 日須加 2，即 6+2=8，除以 7 餘 1； 故 10 月 24 日爲星期日； 11 月 24 日爲星期三；12 月 24 日爲星期五。反之 3 月 24 日爲星期三；2 月 24 日爲星期二；1 月 24 日爲星期六。故今年只有 10 月 24 日在星期日， 得知筆友的生日在 10 月
（3）	若不是閏年一年有 365 天， 365 除以 7 餘 1，不過每四年有一閏年，故到 2008 年時，應加 5 天(即星期五)。因此得等到 2009 年 10 月 24 日才會是星期六，也就是還得等 5 年。

卷三第二題

題號	解答
（1）	設 $y=\frac{1}{k}$ 交 $y=\sin 2x,(0\le x\le \pi)$; 於 $\left(x_1,\frac{1}{k}\right),\left(x_2,\frac{1}{k}\right)$ 兩點， 可得 $0\le x_1$, $x_2\le\frac{\pi}{2}$ ，則 $\sin 2x_1=\sin 2x_2$ $\therefore 2x_2=\pi-2x_1$ $\therefore x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$
（2）	因假設 $x\neq\frac{\pi}{2}$, $\therefore \cos x\neq 0$ $\sec^2 x=2k\tan x\Leftrightarrow\frac{1}{\cos^2 x}=2k\frac{\sin x}{\cos x}\Leftrightarrow\frac{1}{k}=2\sin x\cos x=\sin 2x$ 因此滿足 $\sec^2 x=2k\tan x$ 之兩個根 x_1,x_2，即滿足 $\frac{1}{\mathrm{k}}=\sin 2x$ 之兩根（由（1）知）$\therefore x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$
（3）	（法一）$\tan^2 x-2k\tan x+1=0\Leftrightarrow\sec^2 x=2k\tan x$ 因此滿足 $\tan^2 x-2k\tan x+1=0$ 之 x_1,x_2 ， 即爲滿足 $\sec^2 x=2k\tan x$ 之兩根，由（2）知 $x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$ （法二）設滿足 $\tan^2 x-2k\tan x+1=0$ 之 x 値爲 x_1,x_2 ，則 $\mathrm{tanx_1+tanx_2=2k}$ ， $\mathrm{tanx_1\cdot tanx_2=1}$ $\therefore \mathrm{tanx_1=cotx_2}$ $\because 0\le x_1$, $x_2\le\frac{\pi}{2}$ $\therefore x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$

93 學年度研究試題測試

數學考科（卷四）參考答案

一、選擇題答案

題號	答案
1	3
2	5
3	13
4	1345
5	345
6	2345
7	235
8	9

二、非選擇題參考答案：

卷四第一題

解答
因 $\log_{10} P = \log_{100} q = \log_{1000}(p+q)$ 所以 $q = p^2, p + q = p^3$ $\therefore P(P^2 - P - 1) = 0$ 解之得 $P = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$，故 $\frac{q}{p} = P = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

卷四第二題：

題號	解答
（1）	設 $y=\frac{1}{k}$ 交 $y=\sin 2x,(0\le x\le\pi)$; 於 $\left(x_1,\frac{1}{k}\right),\left(x_2,\frac{1}{k}\right)$ 兩點， 可得 $0\le x_1$, $x_2\le\frac{\pi}{2}$ ，則 $\sin 2x_1=\sin 2x_2$ $\quad\therefore 2x_2=\pi-2x_1$ $\therefore x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$
（2）	因假設 $x\ne\frac{\pi}{2},\quad\therefore\cos x\ne 0$ $\sec^2 x=2k\tan x\Leftrightarrow\frac{1}{\cos^2 x}=2k\frac{\sin x}{\cos x}\Leftrightarrow\frac{1}{k}=2\sin x\cos x=\sin 2x$ 因此滿足 $\sec^2 x=2k\tan x$ 之兩個根 x_1,x_2，即滿足 $\frac{1}{\mathrm{k}}=\sin 2x$ 之兩根（由（1）知）$\therefore x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$
（3）	若 $t_1=\tan\mathrm{x}_1,t_2=\tan\mathrm{x}_2$ 為 $t^2+2kt+1=0$ 之二根 則 $t_1+t_2=-2k<0$ ， $t_1t_2=1$ 故 $t_1<0,t_2<0$ 由此推得 $\frac{\pi}{2}<\mathrm{x}_1<\pi,\frac{\pi}{2}<\mathrm{x}_2<\pi$ 又 $\tan\mathrm{x}_1\tan\mathrm{x}_2=1\therefore\tan\mathrm{x}_2=\cot\mathrm{x}_1$ 因此 $\mathrm{x}_1+\mathrm{x}_2=\frac{3}{2}\pi$ $\quad\therefore$ 滿足 $\tan^2 x+2k\tan x+1=0$ 之 x 值的和為 $\frac{3}{2}\pi$