

大學入學考試中心  
指定科目考試 研究用試卷

數學考科

(卷4)試題第一部份

作答時間：40 分鐘

作答方式：

- 選擇題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
- 非選擇題用黑色或藍色原子筆，直接作答於試題所標示的答案欄內

祝考試順利

本試卷之著作權屬於  
財團法人大學入學考試中心基金會

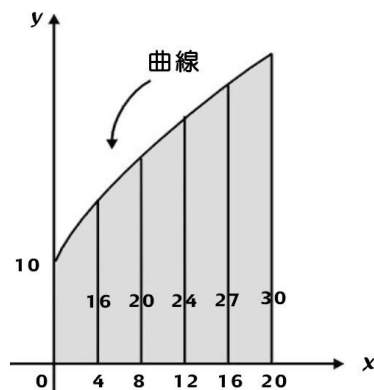
本試卷(含參考答案)預定於92年5月19日  
公布在大考中心網站 <http://www.ccec.edu.tw>

壹、單選題

說明：第1至2題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得10點，答錯不倒扣。

1. 某曲線如圖一，下列哪一個值最可能是圖一陰影區域的面積？

- (1) 60
- (2) 400
- (3) 430
- (4) 460
- (5) 490



圖一

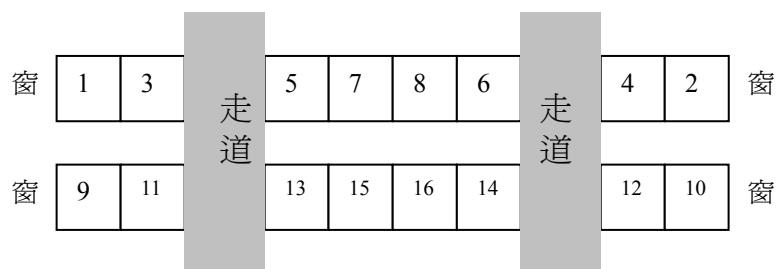
2. 一袋內放著兩個 1 號球，兩個 2 號球以及兩個 3 號球，若在袋中抽出兩球則下列有關於抽中兩個都是 1 號球的機率，哪一敘述是正確的？

- (1) 號碼共有三組，選出一組，所以機率是  $\frac{1}{3}$ 。
- (2) 樣本空間是 {兩個球都是 1 號，兩個球都是 2 號，兩個球都是 3 號，一個 1 號一個 2 號，一個 1 號一個 3 號，一個 2 號一個 3 號} 有 6 個元素，故抽到兩個都是 1 號球的機率是  $\frac{1}{6}$ 。
- (3) 若是抽到不同號，則有順序的關係，因此樣本空間是 {(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2)} 有 9 個元素，故抽到兩個都是 1 號球的機率是  $\frac{1}{9}$ 。
- (4) 若兩球同時抽出，則(2)是對的，若是兩球是分開抽出，則(3)是對的。
- (5) 可將袋中六個球視為號碼皆相異，而對應到兩個都是 1 號球的情況有 1 種，故抽到兩個都是 1 號球的機率是  $\frac{1}{C_2^6} = \frac{1}{15}$ 。

貳、多重選擇題

說明：第3-7題，每題有5個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題各選項獨立計分，每答對一個選項，可得2點；每答錯一個選項，倒扣2點，完全答對得10點。整題未作答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣2點。

3. 某公司的客機只有經濟艙。機艙中有兩個走道，走道之間每排有四個座位，而走道外側每排各有兩個座位。為了方便乘客找到自己的位置，奇數號的位置在一邊，偶數號的位置在另一邊（如下圖）。



由於每排有 8 個位置，你可以發現不管你坐在哪個位置，坐在你前面或後面的人的座位號碼一定和你相差 8 號。下列哪些是正確的？

- (1) 小潘的座位號碼是 514 號，他的位置靠窗
- (2) 小潘的座位號碼是 514 號，他的位置不靠窗
- (3) 小明、小文和小華三人的座位號碼是 373、375、376 號，他們坐在一起，也就是能坐在同一排而且中間不要夾著別人 (若只是隔個走道沒有關係)。
- (4) 小明、小文的座位號碼是 373、375 號，他們坐在一起但隔著走道
- (5) 小文和小華的座位號碼是 375、376 號，他們坐在一起但隔著走道

4. 設  $k > 4$ ，且橢圓  $\Gamma: \frac{(x-2)^2}{k} + \frac{y^2}{4} = 1$  有一個焦點落在原點上。今以原點為中心，

將橢圓  $\Gamma$  依逆時針方向旋轉  $45^\circ$  角。設旋轉後另一個焦點所在位置的座標為  $(a, b)$ ，問下列哪些選項是正確的？

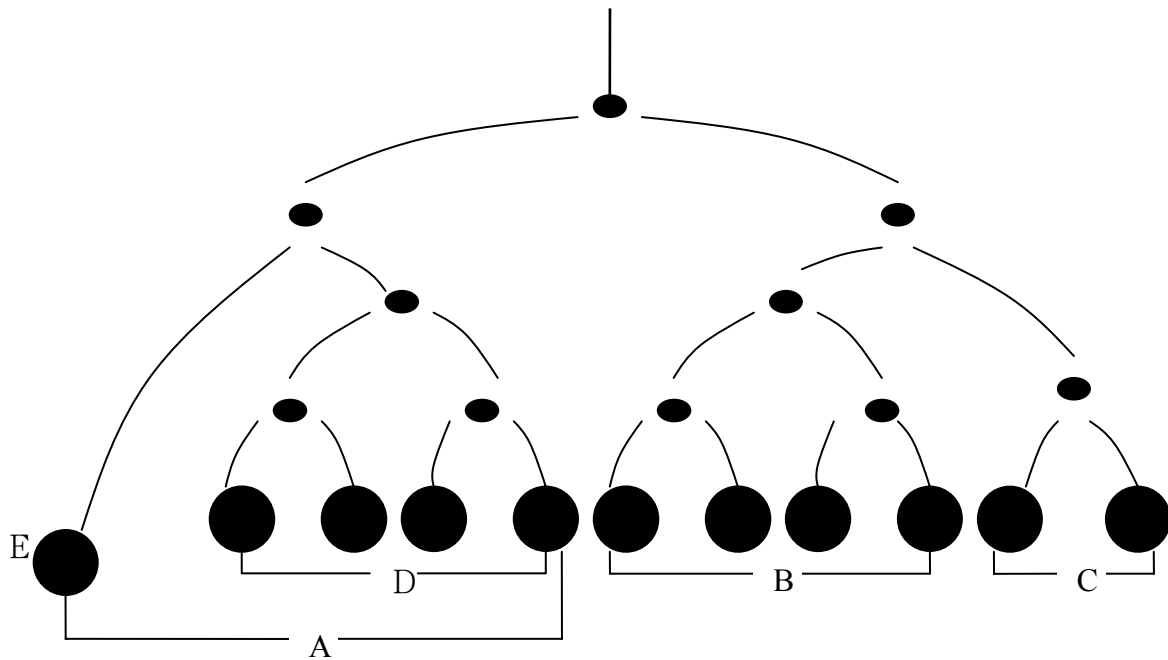
- (1)  $k = 8$
- (2)  $a < b$
- (3)  $b = 2\sqrt{2}$
- (4) 旋轉後橢圓的短軸在直線  $x + y = 2\sqrt{2}$  上
- (5) 旋轉後的橢圓通過  $(-1, 1)$

5. 假設 A 和 B 兩個球的球心在同一個點，但球 B 的半徑是球 A 半徑的兩倍。假設空間上的一個平面 E 和球 A 相交的圓的面積為  $10\pi$  ( $\pi$  為圓周率)。則平面 E 和球 B 相交的圓的面積有可能等於以下哪幾個數？

- (1)  $8\pi$
- (2)  $30\pi$
- (3)  $10^{100}\pi$
- (4) 200
- (5)  $10\pi + 100$

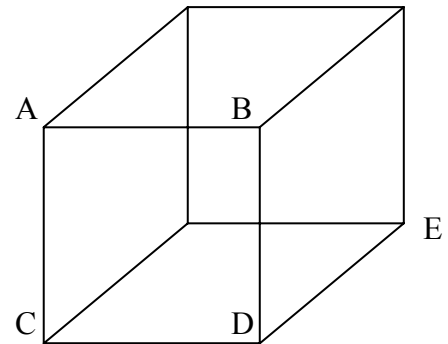
6. 有一種小鋼珠遊戲其圖如下，每次投一球。假設小鋼珠到達每一結點時，其往左下走或右下走的機率各為  $\frac{1}{2}$ ，下列哪些敘述是對的？

- (1) 若只投一球，則落入 A 區的機率大於落入 B 區的機率，且落入 B 區的機率大於落入 C 區的機率。
- (2) 若只投一球，則落入 B 區的機率與落入 D 區的機率相等。
- (3) 若只投一球，則落入 C 區的機率與落入 E 區的機率相等。
- (4) 若投入兩球，則兩球落入 A、B、C 三區中同一區的機率是  $\frac{3}{8}$ ，落入不同區的機率是  $\frac{5}{8}$ 。
- (5) 若投入兩球，且此二球落入 C 區，則此二球會落入同一點的機率和落入不同點的機率相同。



7. 如圖，邊長為 1 的正立方體有八個頂點。任取其中四個不共面的頂點，以此四頂點作為一四面體的頂點，決定一個四面體。例如，圖中 A、C、D、E 構成一個四面體的頂點，但 A、B、D、C 則不行。考慮如此構成的所有四面體，請選出正確的選項。

- (1) 所有四面體體積都一樣
- (2) 至少有一個四面體的體積是  $\frac{1}{6}$
- (3) 外觀不同的四面體至少有三種
- (4) 不可能有正四面體
- (5) 可以將正立方體切成六個四面體



參、選填題

說明：下題為選填題，每題10點。答案寫在所標示的列號內，依序將答案寫在答案紙之答案欄內，若未書寫在答案欄者，恕不計分。

A. 空間中平面 E 的方程式為： $x + y + z = 2$ 。

令  $l$  為平面 E 和  $xy$ -平面相交的直線。

假設平面 E 以  $l$  為軸旋轉角度  $\theta$  後通過  $Q(0,0,5)$  這個點，則  $\cos\theta = 0.$  8。

(取最接近一位的小數)。(本題如需用到  $\sqrt{2}$  以 1.41 計算)

(卷 4) 試題第二部份

說明：此大題為計算證明題，請在各試題之答案欄作答，請盡量作答。

第一題

設  $p, q$  為正實數，若  $\log_{10} p = \log_{100} q = \log_{1000} (p + q)$ ，則  $\frac{q}{p}$  等於多少？

(應寫出計算過程否則不予計分)

第二題

設  $0 \leq x \leq \pi$  且  $x \neq \frac{\pi}{2}$ ， $k > 1$  是一個常數。

(1) 已知  $y = \frac{1}{k}$  和  $y = \sin 2x$  的圖形交於兩點，證明此二點的  $x$  座標和為  $\frac{\pi}{2}$ 。

(2) 利用上題試証滿足  $\sec x = 2k \sin x$  的兩個根的和為  $\frac{\pi}{2}$ 。

(3) 求滿足方程式  $\tan^2 x + 2k \tan x + 1 = 0$  的所有  $x$  值的和。

(應寫出計算過程否則不予計分)