

第壹部分（佔 76 分）

一、單選題（12%）

說明：第1至2題，選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。答對得6分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣2分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 方程式 $2^x \sin x = 1$ 且 $0 \leq x \leq 2\pi$ 之解有多少個實根？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

2. 設 $\omega = \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$ ，則下列何者最小？

- (1) $|\omega^2 - 5|$ (2) $|\omega^4 - 5|$ (3) $|\omega^8 + 5i|$ (4) $|\omega^{10} + 5i|$

二、多選題（32%）

說明：第3至6題，每題各有4個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題8分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得2分；每答錯一個選項，倒扣2分，完全答對得8分。整題未作答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣2分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 已知 $a = 2^{26}$ ， $b = 3^{16}$ ， $(\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451)$ ，則

- (1) ab 為 16 位數 (2) $a+b$ 為 8 位數 (3) $a+b$ 之最高位數字為 1 (4) $a > b$

4. 已知 $A(3,4,1)$ ， $B(5,6,6)$ ， $C(4,3,4)$ ，則

- (1) $\triangle ABC$ 之面積為 $\sqrt{138}$ (2) A 點到直線 BC 之距離為 $\frac{1}{7}\sqrt{483}$

- (3) \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的正射影為 $\frac{15}{\sqrt{11}}(1,-1,3)$ (4) 平面 ABC 之方程式為 $11x - y - 4z = 25$

5. 設 L 為雙曲線 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$ 過第一象限的漸近線，一隻螞蟻在雙曲線上靠近 L 處，沿著雙曲線向右上方爬行，則當螞蟻到達的點之 x 座標為下列何值時，螞蟻和漸近線 L 的距離會小於 0.2？

- (1) 38 (2) 55 (3) 60 (4) 71

6. 已知 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ ，且 $\vec{\alpha} = (a_1, b_1, c_1)$ ， $\vec{\beta} = (a_2, b_2, c_2)$ ， $\vec{\gamma} = (a_3, b_3, c_3)$ ，則下列何者正確？

(1) $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ 三向量共平面 (2) $\vec{\alpha} \perp \left(\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} c_2 & a_2 \\ c_3 & a_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \right)$

(3) 方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0 \end{cases}$ 有無限多組解，(其中 $a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 \neq 0, i = 1, 2, 3$)

(4) 座標平面上三直線 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ， $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ， $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ ，
(其中 $a_i^2 + b_i^2 \neq 0, i = 1, 2, 3$) 必共點

三、選 填 題 (32 %)

說明：A、B、C、D 四題為選填題，請在答案卡的「解答欄」之列號 (7-16) 中標示答案。
每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 $f(x)$ 為三次多項式，且 $f(2004) - 7 = f(2003) - 7 = f(2002) - 9 = f(2001) - 1 = 0$ ，則
 $f(2005) = \underline{\quad \textcircled{7} \textcircled{8} \quad}$

B. $\triangle ABC$ 之三邊 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 上的高分別為 $h_a = 6$ ， $h_b = 4$ ， $h_c = 3$ ，則此三角形之內切圓半
徑為 $\underline{\quad \frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}} \quad}$

C. 設 $x \in R$ ，若矩陣 $A = \begin{bmatrix} x+2 & a & 0 \\ -1 & x & 0 \\ x & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$ 之乘法反元素 A^{-1} 存在，則實數 a 之範圍為 $a > \underline{\textcircled{11}}$

D. 某人欲將一件衣服、四隻相同的襪子、四隻相同的鞋子等九件衣物穿在同一隻寵物狗的身
上及四隻腳上，但每隻腳必須先穿上襪子後，始可穿上鞋子，(同隻腳不必連續穿著)，
則共有 $\underline{\quad \textcircled{12} \textcircled{13} \textcircled{14} \textcircled{15} \textcircled{16} \quad}$ 種不同次序的穿法。

----- 以下部分作答於答案卷 -----

第貳部分：非選擇題（佔 24 分）

說明：本大題共有二題計算題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

一、設 $x, y \in R$ ，且滿足方程式 $5x^2 - 6xy + 5y^2 = 32$ ，求 $x^2 + y^2$ 之最大值與最小值。(10 分)

二、甲袋中有 2 個紅球 1 個白球，乙袋中有 1 個紅球 3 個白球，每次均從兩袋中各取出一球，交換放入對方袋中，則

(1) 經過一次交換後，甲袋中為 2 個紅球 1 個白球的機率？(4 分)

(2) 當趨於穩定狀態時，甲袋中為 2 個紅球 1 個白球的機率為何？(10 分)