

高雄市立高雄女中九十三年學年度第三次模擬考試試題  
數學乙

第壹部分：(84%)

一、單一選擇題 (24%)

說明：第 1 題至第 4 題，每題選出最適當的選項，標示在答案卡的「解答欄」。  
每題答對得 6 分，答錯倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數至零分為止；  
未答者，不給分亦不扣分。

- 1、設聯立不等式  $\begin{cases} -1 \leq x+y \leq 3 \\ -2 \leq 2x+y \leq 4 \end{cases}$  的  $(x, y)$  形成區域為  $R$ ，則在  $R$  中， $3x+y$  的最大值為  
(1) 13      (2) 12      (3) 11      (4) 10      (5) 9

- 2、於  $\triangle ABC$  中， $\begin{vmatrix} a & a^2 & \cos A \\ b & b^2 & \cos B \\ c & c^2 & \cos C \end{vmatrix} = 0$ 。則  $\triangle ABC$  必為一 (1) 正三角形      (2) 等腰三角形

(3) 直角三角形      (4) 等腰直角三角形      (5) 鈍角三角形

- 3、某電影院若每張票價定為 100 元，則每場觀眾有 400 人，且票價每減 1 元，觀眾可增加 20 人，欲得收入最多，則每張票加應定為多少元？  
(1) 58      (2) 59      (3) 60      (4) 61      (5) 62

- 4、投擲五粒骰子，若五粒骰子出現不同點數，且點數不構成連續整數，則此種結果稱為「烏龍」。  
求投擲五粒骰子出現烏龍的機率為 (1)  $\frac{5}{54}$  (2)  $\frac{5}{81}$  (3)  $\frac{5}{108}$  (4)  $\frac{157}{162}$  (5)  $\frac{1255}{1296}$

二、多重選擇題 (18%)

說明：第 5 題至第 7 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的。  
請選出正確選項，標示在答案卡的「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項可得 1.2 分；每答錯一個，倒扣 1.2 分，完全答對得 6 分，未答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.2 分。倒扣到本大題之實得分數至零分為止。

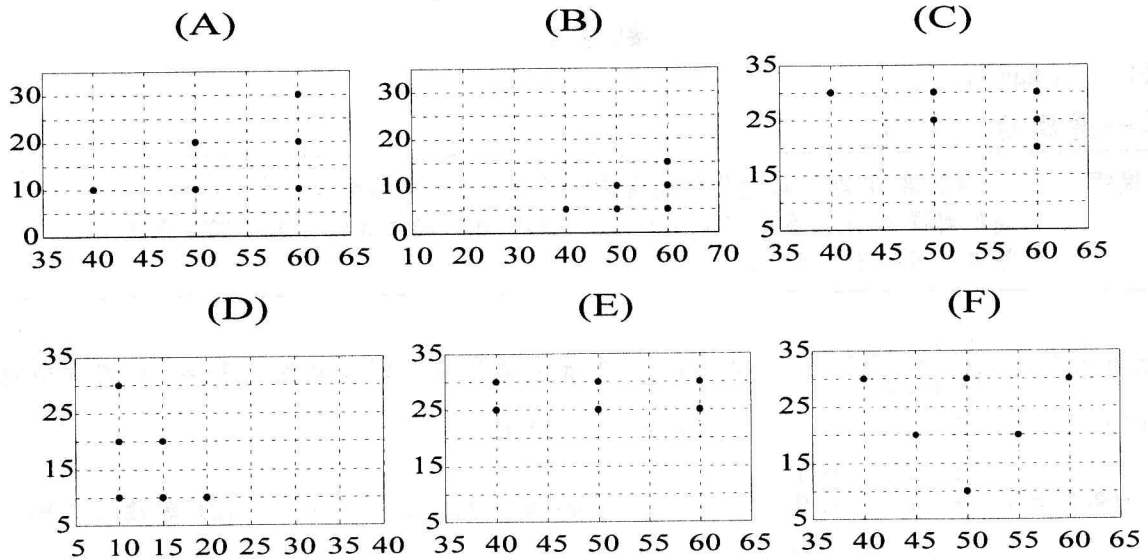
- 5、複數平面上，一正六邊形的中心是原點，且其中一個頂點是  $i$ ，則下列那一個點是此正六邊形的頂點？

(1)  $-i$       (2)  $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$       (3)  $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$       (4)  $\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$       (5)  $\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}$

- 6、下列各選項所表示  $x, y, z$  的方程式中，至少有兩個表示同一條直線者，試全部挑出來。

(1)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$       (2)  $\frac{x-1}{-6} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{-4}$       (3)  $\frac{x+2}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{-2}$

(4)  $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$       (5)  $\begin{cases} x = 7+3t \\ y = 5+2t \\ z = 5+2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$



上列者為均恰含六個點的六個  $XY$  的散佈圖 (A),(B),(C),(D),(E),(F). 設其相關係數分別為  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$ . 下列何者為真? (1)  $r_1=r_2$  (2)  $r_2=r_4$  (3)  $r_1<0$  (4)  $r_5=r_6$  (5)  $r_6=0$

### 三、選填題 (42%)

說明：A、B、C、D、E、F 六題，請在答案卡的「解答欄」之列號 (8-24) 中標示答案。每一題完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

【所有的答案若是分數必須化為最簡分數】

A、若多項式  $x^2+x+3$  除  $x^5+x^4+px^2+2x+q$  得餘式  $9x+2$ ，則  $p=$  ⑧⑨， $q=$  ⑩。

B、在坐標平面上，過  $F(1, 0)$  的直線交拋物線  $\Gamma: y^2=4x$  於  $P, Q$  兩點，其中  $P$  在上半平面，且知  $4\overline{PF}=3\overline{QF}$ ，則  $P$  點的  $X$  坐標為  $\frac{\text{⑪}}{\text{⑫}}$ 。(化成最簡分數)

C、袋中恰含標示著數字 1 至 40 的號碼球。其中  $k$  號球有  $k^2$  個，設每球被取的機會均等，  
今由袋中任取 3 個球，求此 3 個球的號數和的期望值為  $\frac{\text{⑬⑭⑮}}{\text{⑯}}$ 。

D、兩圓  $x^2+y^2=169$ ， $x^2+y^2-34x+264=0$  的一條外公切線段長為 ⑰⑱。

E、於  $\triangle ABC$  中， $\angle A = \tan^{-1} \frac{8}{15}$ ， $\angle B = \cos^{-1} \frac{-3}{5}$ ，則  $\sin C = \frac{\text{⑲⑳}}{\text{㉑㉒}}$ 。

F、設一直線與圖形  $y = -2 + \log_2(x+5)$  交於  $P, Q$ ，且  $\overline{PQ}$  的中點是原點，

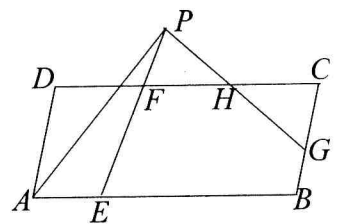
則  $\overline{PQ} = \underline{\sqrt{(23)(24)}}$ 。

第貳部分：計算證明題 (16%)

說明：第 1 題至第 2 題為計算題，請在答案卷的「作答區」作答，必須於題號欄註明題號，並寫出演算過程，每題配分標於題末。

1、欲作一無蓋不銹鋼板製的長方體水槽，當要求容量(體積)為 4 立方公尺時，適當的變化長、寬、高的大小，表面積(使用鋼板的總量)會最小，則最小值為多少平方公尺？(6分)  
(計算面積,體積時鋼板的厚度均被忽略掉)

2、如右圖  $ABCD$  是一個平行四邊形， $G$  是線段  $\overline{BC}$  的中點  
 $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{FH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ ，線段  $\overline{EF}, \overline{GH}$  的延長線交於  $P$ ，



(1) 試證  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AF} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AE}$  (2分)

(2) 試證  $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AH}$  (2分)

(3) 若  $\overrightarrow{AD} = p\overrightarrow{AH} + q\overrightarrow{AG}$ ， $p, q \in R$ ，求序對  $(p, q) = ?$  (2分)

(4) 若  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ， $x, y \in R$ ，求序對  $(x, y) = ?$  (4分)