

高雄市立高雄女中九十三年學年度第四次模擬考試試題

數學乙

第壹部分：(77%)

一、單一選擇題 (21%)

說明：第 1 題至第 3 題為單一選擇題，每題選出最適當的選項，劃記在答案卡的「解答欄」。每題答對得 7 分，答錯倒扣 1.75 分，倒扣到本大題之實得分數至零分為止；未答者，不給分亦不扣分。

- 1、設  $\triangle ABC$  之三邊長為  $a, b, c$ ，且  $R$  為  $\triangle ABC$  之外接圓半徑，若  $R = \frac{\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}}{4}$ ，則  $\triangle ABC$  必為下列何種三角形？
- (1) 鈍角三角形
  - (2) 直角三角形
  - (3) 銳角三角形
  - (4) 等腰三角形
  - (5) 資料不足，無法判定
- 2、阿強常和好朋友阿勇打網球，根據過去的經驗得知：每一局中阿強獲勝的機率為  $p$ ， $0 < p < \frac{1}{2}$ 。今天他們兩人要來場網球賽，由阿強決定要一戰定勝負，三戰兩勝，五戰三勝或是七戰四勝，在每一局均無平手的狀況下，則下列對於阿強的勝算之敘述何者正確？
- (1) 選擇一戰定勝負之勝算較高
  - (2) 選擇三戰兩勝之勝算較高
  - (3) 選擇五戰三勝之勝算較高
  - (4) 選擇七戰四勝之勝算較高
  - (5) 勝算不因如何選擇而改變
- 3、若  $a, b, c, d$  均為複數，已知  $|a| = |b| = |c| = |d| = 2$ ，且  $a + b + c + d = 0$ ，則  $|a - b|^2 + |a - c|^2 + |a - d|^2$  之值為
- (1) 0
  - (2) 4
  - (3) 12
  - (4) 32
  - (5) 48

## 二、多重選擇題 (21%)

說明：第 4 題至第 6 題為多重選擇題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，劃記在答案卡的「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項可得 1.4 分；每答錯一個，倒扣 1.4 分，整題完全答對得 7 分，整題未答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.4 分。倒扣到本大題之實得分數至零分為止。

4、如右圖，空間中有一平行六面體  $ABCD-EFGH$  之稜長(邊長)均為  $a$ ，且  $\angle BAD = \angle CDH = \angle EAD = 60^\circ$ ，則下列敘述哪些是正確的？

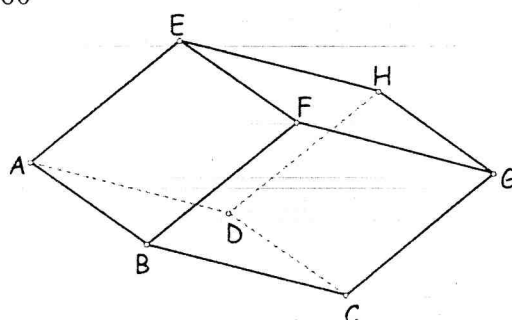
(1) 平面  $ABCD$  與平面  $ADHE$  之兩面角為  $60^\circ$

(2)  $\overline{AG}$  與  $\overline{CE}$  相交於一點

(3)  $\overline{AG}$  與  $\overline{BH}$  不相交

(4)  $\overline{AG} = \sqrt{6}a$

(5) 此平行六面體之體積為  $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$



5、右圖為  $y = k + \log_a(x-h)$  之圖形且以直線  $x = -1$  為漸近線，則下列敘述哪些是正確的？

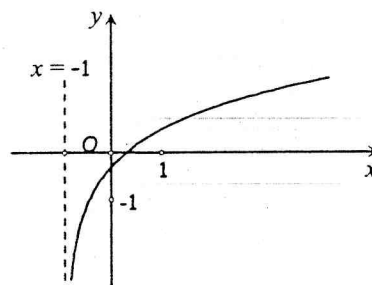
(1)  $a > 1$

(2)  $h > 0$

(3)  $k < 0$

(4)  $a + h > 0$

(5)  $|hk| < 1$



6、在  $xy$  坐標平面上，有一直線  $L: y = -\sqrt{3}x$  繞原點逆時針旋轉  $30^\circ$ ，所得的直線為  $L'$ ，

若圓  $C: (x-2)^2 + y^2 = 12$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(1) 直線  $L$  向右平移 6 單位後，與圓  $C$  相切

(2) 直線  $L$  沿向量  $(1, 2)$  往左下方平移 10 單位後，與圓  $C$  相切

(3) 直線  $L'$  之方程式為  $x = 0$

(4) 直線  $L'$  與圓  $C$  相交於兩點，但不通過圓  $C$  之圓心

(5) 直線  $L'$  向右平移 6 單位後，與圓  $C$  相切

## 三、選填題 (35%)

說明：A、B、C、D、E 各題為選填題，請在答案卡的「解答欄」所標示的列號 7~22 中劃記答案。每一題完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對者不給分。【所有的答案若是分數必須化為最簡分數】

- A.  $k \in R$ ，若方程式  $x^2 - (k+2)x + (k^2 - k + 2) = 0$  有兩實根  $\alpha, \beta$ ，則  $\alpha^2 + \beta^2$  之最大值 = 7
- B. 若  $1 \leq n \leq 50$ ，且  $n^5 - 5n^3 + 4n - 15115$  為一質數，則滿足條件的正整數  $n$  共有 8 個
- C. 設一函數  $f(x) = \frac{49^x}{49^x + 7}$ ，則  $\sum_{k=0}^{94} f\left(\frac{k}{94}\right) = \frac{\textcircled{9} \textcircled{10}}{\textcircled{11}}$
- D. 數學科老師為美化環境，於辦公室外的花台欲種一排植物共 9 株，有蘭花和向日葵兩種可供選擇，又不能有任何兩株蘭花相鄰，且每種至少各種一株，則共有 12 13 種不同的種法
- E. 國立科學工藝博物館的電話號碼是  $(a_{11}a_{12})a_{13}a_{21}a_{22} - a_{23}a_{31}a_{32}a_{33}$ ，其中  $a_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，恰可排成三階方陣  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ，
- 已知  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ ，且  $AB = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 12 \\ 8 & -16 & 16 \\ 9 & -10 & 36 \end{bmatrix}$
- ，則國立科學工藝博物館的電話號碼是 ( 14 15 ) 16 17 18 - 19 20 21 22

## 第貳部分：(23%)

說明：第 1 題至第 2 題為計算題，請在答案卷的「作答區」作答，必須於題號欄標明題號，並寫出演算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

1. 在  $xy$  坐標平面上有一雙曲線，其焦點坐標為  $F_1(0, 0)$ ， $F_2(4, 7)$ ，

已知直線  $L: y = 2$  與此雙曲線相切於  $P$  點，試求：

(1) 此雙曲線之貫軸長為？(7 分)

(2) 切點  $P$  的坐標為？(4 分)

【Hint：先求焦點  $F_1$  對直線  $L$  之對稱點  $F_3$ 】

2. 正五邊形  $ABCDE$  中，在  $\overline{DE}$  邊上取一點  $M$ ， $\overline{AE}$  邊上取一點  $N$ ，使得  $\angle MCD = \angle NBA = 18^\circ$

(1) 若  $\overrightarrow{AN} = k \overrightarrow{AE}$ ， $k \in R$ ，則  $k = ?$  (6 分)

(2) 若  $\overrightarrow{CM} = a \overrightarrow{AB} + b \overrightarrow{AE}$ ， $a, b \in R$ ，則數對  $(a, b) = ?$  (6 分)

## 數學乙第四次模擬試題解答

第壹部分：(77%)

一、單一選擇題 (21%)

1、(2)    2、(1)    3、(4)

二、多重選擇題 (21%)

4、(2)(4)(5)    5、(1)(3)(4)(5)    6、(1)(4)

三、選填題 (35%)

(A) 8    (B) 1    (C)  $\frac{95}{2}$     (D) 88    (E) (07) 380 - 0089

第貳部分：(23%)

1、(1) 5    (2)  $(-\frac{8}{3}, 2)$

2、(1)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$     (2)  $(-1, \frac{3-\sqrt{5}}{2})$