

第壹部分：選擇題 (76%)

一、單一選擇題 (12%)

說明：第 1 至 2 題，每題選出一個最適當的選項，劃記於答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 2 分，倒扣到本大題之實得分數為零分為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 將矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & t & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 作列運算而得矩陣 $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -11t & 1-3t & 7t \\ 0 & 1 & 0 & 1-2t & 1-t & t \\ 0 & 0 & 1 & 4t & t & 1-3t \end{bmatrix}$,

則 t 之值為

- (1) 2
- (2) 4
- (3) 6
- (4) 8

2. 兩直線 $L_1 : \begin{cases} x=2 \\ z=-3 \end{cases}$ 與 $L_2 : x+2=y-2=z$ ，則 L_1 、 L_2 在平面 $E : x+y+z=0$ 上之正射影為

- (1) 兩相交直線
- (2) 兩平行直線
- (3) 兩重合直線
- (4) 一線與線外一點

二、多重選擇題 (48%)

說明：第 3 至 8 題，每題各有 4 個選項，其中至少有一個是正確的。請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題 8 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 2 分；每答錯一個選項，倒扣 2 分，完全答對得 8 分。整題未作答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 2 分。倒扣到本大題之實得分數為零分為止。

3. 設 α 、 β 是方程式 $x^2 - 10x + m = 0$ 之二根， α 、 γ 是方程式 $x^2 + 14x + 3m = 0$ 之二根，且 $m \neq 0$ ，則
- (1) $\alpha = 12$
 - (2) $\beta = -12$
 - (3) $\gamma = -36$
 - (4) $m = 12$
4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \cos^{-1} \frac{4}{5}$ ， $\angle C = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}}$ ， \overline{BC} 之中點為 M ，由 A 作 \overline{BC} 之垂線交 \overline{BC} 於 H ，設 $\overline{MH} = 5$ ，則
- (1) $\tan B = \frac{3}{4}$
 - (2) $\overline{BC} = 22$
 - (3) $\overline{AM} = 13$
 - (4) $\sin \angle BAM = \frac{33}{65}$
5. 平面上相異四點 O 、 A 、 B 、 C ，若 $2\overline{OA} + 3\overline{OB} = \overline{OC}$ ，且 \overline{OC} 與 \overline{AB} 相交於 D ，則下列何者正確？
- (1) $\triangle OBC$ 的面積： $\triangle OAC$ 的面積 = 3：2
 - (2) $\triangle OAB$ 的面積： $\triangle ABC$ 的面積 = 1：4
 - (3) $\overline{OD} = \frac{1}{5} \overline{OC}$
 - (4) $\overline{OD} = \frac{3}{5} \overline{OA} + \frac{2}{5} \overline{OB}$
6. 同樣大小的球 7 顆，分別標上 1、2、3、4、5、6、7 個號碼後，將其放入袋中，今由袋中任取一球，記下其號碼後再放回袋中，如此連續操作 k 次，令 P_k 表記錄至第 k 次時，所有號碼總和為奇數的機率，則下列何者正確？
- (1) $P_1 = \frac{4}{7}$
 - (2) $P_2 = \frac{25}{49}$
 - (3) $P_3 = \frac{171}{343}$
 - (4) $P_k = -\frac{1}{7} P_{k-1} + \frac{4}{7}$

7. 某班某次段考數學成績低落，全班平均只有 36 分，標準差 4 分，最高分不超過 50 分，老師提出兩種加分方式：

方式 A：全班每人原始分數開根號乘以 10 後再加 10 分。

方式 B：全班每人原始分數乘以 $\frac{1}{2}$ 後再加 50 分。

下列敘述何者正確？

(1) 若採方式 A，則全班的平均分數變為 70 分

(2) 若採方式 B，則全班的變異係數變小

(3) 方式 B 的成績的四分位差比原成績的四分位差大

(4) 若原成績與方式 A 成績的相關係數為 r_1 ，原成績與方式 B 成績的相關係數為 r_2 ，則 $|r_1| \leq |r_2|$

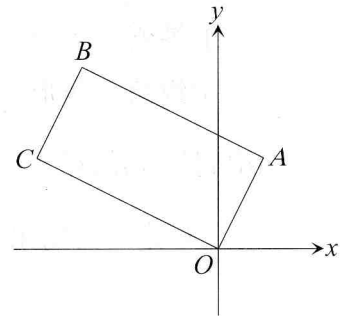
8. 矩形 $OABC$ ，其中 $O(0, 0)$ ， $A(1, 2)$ ， B 、 C 在第二象限， $\overline{OC} = 2\overline{OA}$ ，設 $P(x, y)$ 為矩形區域內任一點（包括矩形內部及邊界），則下列何者正確？

(1) C 點坐標為 $(-4, 3)$

(2) B 點坐標為 $(-3, 4)$

(3) $3x + 2y$ 在 A 點產生最大值

(4) $\frac{y}{x+6}$ 在 C 點產生最大值



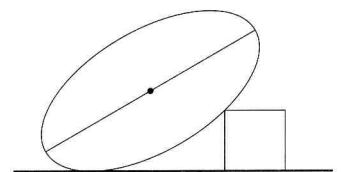
三、選填題（16%）

說明：A、B 為選填題，請在答案卡的「解答欄」之列號（9 至 13）中標示答案，每一格完全答對得 8 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若 $8^n x^2 - 2^n(2^n + 1)x + 1 = 0$ 之二根為 α 、 β ，令 $a_n = |\alpha - \beta|$ ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{9}{10}$ 。（表為最簡分數）

B. 一個橢圓形的藝術品，其長軸長為 4，短軸長為 2，以木塊將它墊高（如右圖），若其長軸與水平線夾 θ 角，且 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ，則此

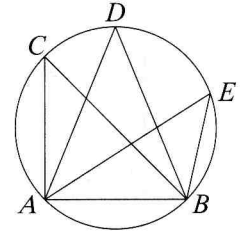
時藝術品的高度為 $\frac{\sqrt{11 \cdot 12 \cdot 13}}{5}$ 。



第貳部分：非選擇題（24%）

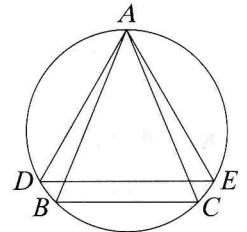
說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

一、(a)右圖(一)中， $A、B、C、D、E$ 均在同一圓上，其中 $\overline{AD} = \overline{BD}$ ，則 $\triangle ABC$ ， $\triangle ABD$ ， $\triangle ABE$ 何者面積最大？_____。（2分，只填答案）



圖(一)

(b)右圖(二)中， $A、B、C、D、E$ 均在同一圓上，其中 $\overline{AB} = \overline{AC} \neq \overline{BC}$ ， $\triangle ADE$ 為正三角形，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 何者面積較大？_____。（2分，只填答案）



圖(二)

(c)由(a)、(b)，有一單位圓，其內接三角形以何種三角形面積最大？_____。（2分，只填數字答案）

- (1)等腰三角形 (2)正三角形 (3)直角三角形
(4)銳角三角形 (5)鈍直角三角形

(d)利用(c)的結果，求橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 內接三角形的最大面積。

（6分，需寫出演算過程）

二、 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $a、b、c$ ，令 $s = \frac{a+b+c}{2}$ ，

由海龍公式知： $\triangle ABC$ 的面積 $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

試證明： $\triangle ABC$ 面積的最大值為 $\frac{\sqrt{3}}{9}s^2$ 。（12分）