

第壹部分：選擇題 (83%)

一、單一選擇題 (18%)

說明：第 1 至 3 題為單一選擇題，每題選出最適當的選項，作答於答案卡之「解答欄」。
每題答對得 6 分，答錯倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數至零分為止；未答者，
不給分亦不扣分。

1. 位於雙曲線 $x^2 - y^2 = 9$ 上的格子點有多少個？(格子點 $P(x, y)$ 表 x, y 均為整數)
 - (1) 0
 - (2) 2
 - (3) 4
 - (4) 6
 - (5) 無限多個

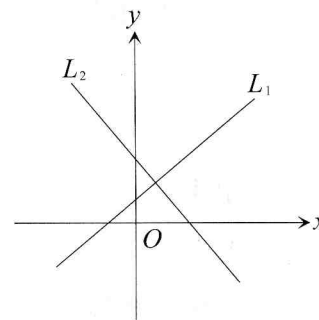
2. 觀察沿行星表面附近運動之人造衛星發現，人造衛星的運動週期 (T) 與行星的密度 (d)，有下列關係： $T^2 = \frac{3\pi}{Gd}$ ，其中 G 為萬有引力常數， π 為圓周率，令 $x = \log T$ ， $y = \log d$ ，將數對 (x, y) 標示在 xy 座標平面上，發現其會落在直線 L 上，則直線 L 的斜率為
 - (1) 2
 - (2) $\frac{3}{2}$
 - (3) $-\frac{1}{2}$
 - (4) $-\frac{2}{3}$
 - (5) -2

3. 在一半徑為 2 的球面上，有二個圓 C_1 與 C_2 。已知此二圓只相交在一點，其中一圓的半徑為 $\sqrt{2}$ ，另一圓的半徑為 1，則此二圓所在平面的銳夾角為
 - (1) 30°
 - (2) 45°
 - (3) 60°
 - (4) 75°
 - (5) 90°

二、多重選擇題 (30%)

說明：第 4 至 6 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的，請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 2 分；每答錯一個，倒扣 2 分，完全答對得 10 分，未答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 2 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

4. 如右圖，兩直線 $L_1: y = ax + b$, $L_2: x + cy + d = 0$ ，試選出下列選項中正確者。



- (1) $a > 0$
- (2) $b < 0$
- (3) $c > 0$
- (4) $d > 0$
- (5) $b > 0$

5. 有甲、乙、丙、丁、戊、己六人，下列哪些敘述為真？

- (1) 若六人排成一列，甲不排首且乙不排末，則共有 504 種排法
- (2) 若六人排成一列，甲乙一定要排在一起，丙丁必分開，則共有 72 種排法
- (3) 若選 4 人圍一圓桌而坐，甲必入選，則有 60 種坐法
- (4) 若將此六人分成一組 1 人，一組 1 人，一組 4 人，則有 30 種分法
- (5) 若將此六人分成 A 組 1 人，B 組 2 人，C 組 3 人，則有 60 種分法

6. 有一份考卷，有單選及多重選擇兩種題型。其中，單選題有 10 題，每題有 5 個選項可供選擇，每題 5 分，答錯倒扣 1 分，不答不給分；多重選擇題有 5 題，每題有 5 個選項可供選擇，至少有一個選項是正確的，每題 10 分，每答對一個選項可得 2 分，答錯 1 個選項倒扣 1 分，整題不答不給分。若阿呆決定憑運氣全部用猜的，問：

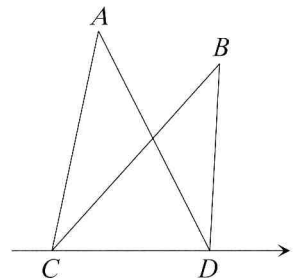
- (1) 單選題每題答對的機率為 $1/5$
- (2) 多重選擇題每題答對的機率為 $1/32$
- (3) 單選題每題得分的期望值為 -3 分
- (4) 多重選擇題每題得分的期望值為 5 分
- (5) 整份考卷的得分期望值為 14.5 分

三、選填題 (35%)

說明：1.第 A 至 E 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (7 至 23)。

2.每一題完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設方程式 $x^2+3x+1=0$ 的兩個解為 α 和 β ，則 $(\alpha^2+5\alpha+1)(\beta^2-4\beta+1)$ 的值為 ⑦⑧⑨。
- B. 不等式 $x^3-4x^2-11x+30 \geq 0$ 之解為 $x \geq ⑩$ 或 $⑪ \leq x \leq ⑬$ 。
- C. 設 A, B 分別表橢圓之短軸一端點與一焦點，若 \overline{AB} 與長軸所夾的銳角為 60° ，且 $\overline{AB}=10$ ，則由正焦弦的四頂點所構成的矩形面積為 ⑭⑮⑯。
- D. 設有一光線由 $P(13, 6, -3)$ 射出後碰到鏡面 E 上的點 $A(1, 1, -3)$ 後，反射通過 $Q(4, -3, 9)$ ，則平面 E 的方程式為 ⑰⑱ x + ⑲ y + ⑳㉑ z + 20 = 0。
- E. 設一船由 C 往 D 方向行駛。 A, B 為陸上的兩點，其距離為 2 公里。船在 C 點處測得 $\angle ACB=30^\circ$ ， $\angle BCD=48^\circ$ 。當船駛至 D 點處時，測得 $\angle ADB=30^\circ$ ，而 \overline{DB} 與船行駛方向的夾角為 93° ，則 C, D 間的距離為 ⑳ $\sqrt{㉓}$ 。

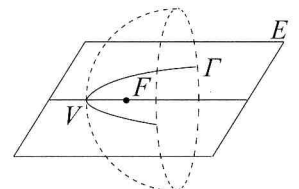


第貳部分：非選擇題 (17%)

說明：一、二題為計算題，請在答案卷之「作答區」作答，必須於題號欄註明題號，並寫出演算過程，每題配分標於題末。

- 一、某家電鍍工廠幫客戶電鍍甲、乙兩種產品，電鍍甲產品每件要消耗鎳 9 克，銀 4 克，銅 3 克，獲利 70 元；電鍍乙產品每件要消耗鎳 6 克，銀 5 克，銅 10 克，獲利 120 元。現在工廠內剩下鎳 387 克，銀 200 克，銅 300 克，要如何生產兩種產品才能使獲利最大？ (9%)

- 二、空間中有一平面 $E: x+2y-z=3$ ，拋物線 Γ 在平面 E 上，以 $V(1, 2, 2)$ 為頂點，焦點為 $F(3, 1, 2)$ ，將 Γ 繞對稱軸旋轉一周得到一拋物面，如右圖所示。若此拋物面上任一點 P 到某一平面 E' 的距離皆等於 P 到 F 的距離，則：



(1) 平面 E' 的方程式。(4%)

(2) 若有一光源放置於 F 點，碰到拋物面上的點 $(3, \frac{7}{2}, 2+\sqrt{5})$ 後反射，求光線反射後之行徑方程式。(4%)