臺中區國立高級中學九十三學年度第二學期
大學入學指定科目第二次聯合模擬考

數學乙詳解

試題編號：AU-40232
考試日期：94.02.21

第壹部分

一、單一選擇題

1. (4)

【詳解】$\because\ 9=(x-y)(x+y)$

$\therefore$

$x-y$	1	3	9	-1	-3	-9
$x+y$	9	3	1	-9	-3	-1

$\Rightarrow$

x	5	3	5	-5	-3	-5
y	4	0	-4	-4	0	4

故$(x，y)$的整數解有六組

2. (5)

【詳解】將 $T^2=\dfrac{3\pi}{Gd}$ 雙邊取對數

$\Rightarrow\ 2\log T=\log 3\pi-\log G-\log d$

$\Rightarrow\ 2x=\log 3\pi-\log G-y$

故 L 的斜率為 -2

3. (4)

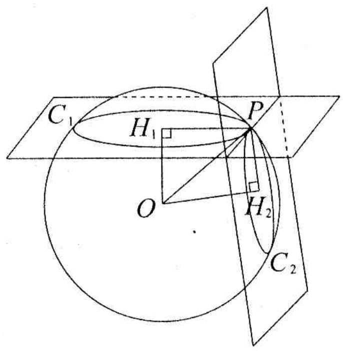
【詳解】令圓 C_1 之圓心為 H_1，C_2 之圓心為 H_2

$\because\ C_1$ 之半徑為 $\sqrt{2}$ $\quad\therefore\ \angle OPH_1=45°$

C_2 之半徑為 1 $\quad\therefore\ \angle OPH_2=60°$

$\therefore\ \angle H_1PH_2=45°+60°=105°$

故兩平面之交角為 105° 與 75°，故選(4)



二、多重選擇題

4. (1)(3)(5)

【詳解】觀察兩直線的斜率與截距

$$L_1:\begin{cases}\text{斜率}=a>0\\ y\text{ 截距}=b>0\end{cases}，L_2:\begin{cases}\text{斜率}=\dfrac{-1}{c}<0\\ x\text{ 截距}=-d>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c>0\\ d<0\end{cases}$$

5. (1)(3)(5)

【詳解】(1)全部方法 $-$(甲排首或乙排末)$=6!-2\times5!+4!=504$

(2)甲、乙先視爲一體，丙、丁用插空位方式 $\therefore\ 3!\times2!\times P^4_2=144$

(3) $C^5_3\times\dfrac{4!}{4}=10\times6=60$

(4) $\dfrac{C^6_1C^5_1C^4_4}{2!}=\dfrac{6\times5\times1}{2}=15$

(5) $C^6_1C^5_2C^3_3=6\times10\times1=60$

故選(1)(3)(5)

6. (1)(5)

【詳解】(1)五選一的單選題 $\therefore$ 猜對的機率 $=\dfrac{1}{5}$

(2) $\dfrac{1}{2^5-1}=\dfrac{1}{31}$

(3) $\dfrac{1}{5}\times5+\dfrac{4}{5}\times(-1)=\dfrac{1}{5}$（分）

(4) $5\times[\dfrac{1}{2}\times2+\dfrac{1}{2}\times(-1)]=5\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}$（分）

(5)期望值 $=\dfrac{1}{5}\times10+\dfrac{5}{2}\times5=2+\dfrac{25}{2}=2+12.5=14.5$（分）

故選(1)(5)

三、選填題

A. $\underline{-14}$（⑦ $\underline{-}$　⑧ $\underline{1}$　⑨ $\underline{4}$）

【詳解】$\because\ \alpha$，β 爲 $x^2+3x+1=0$ 的解

$\therefore\ (\alpha^2+5\alpha+1)(\beta^2-4\beta+1)$

$=[5\alpha+(-3\alpha)][-4\beta+(-3\beta)]$

$=-14\alpha\beta$

$=-14$

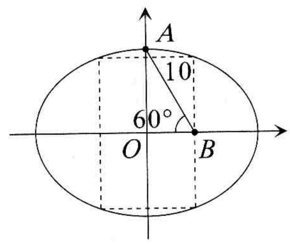
B. $\underline{x\geq5\text{ 或 }-3\leq x\leq2}$（⑩ $\underline{5}$　⑪ $\underline{-}$　⑫ $\underline{3}$　⑬ $\underline{2}$）

【詳解】$x^3-4x^2-11x+30\geq0$

$\Rightarrow\ x^3-4x^2-11x+30=(x-2)(x+3)(x-5)\geq0$

$\Rightarrow\ -3\leq x\leq2$ 或 $x\geq5$

C. 150（⑭ 1　⑮ 5　⑯ 0）



【詳解】由圖可知$\overline{AB}=a=10$　∴ $\overline{OA}=b=10\cdot\sin 60°=5\sqrt{3}$

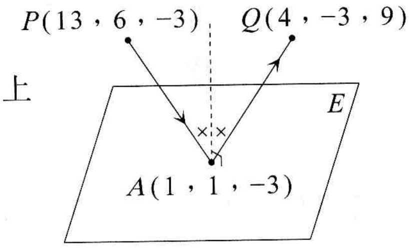
∴ 正焦弦長$=\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\times(5\sqrt{3})^2}{10}=15$

又$\overline{OB}=c=10\cdot\cos 60°=5$

故由正焦弦的四頂點所圍成之矩形面積$=15\times(5\times2)$

$=150$

D. $15x+y+12z+20=0$（⑰ 1　⑱ 5　⑲ 1　⑳ 1　㉑ 2）



【詳解】基於光線反射時，入射角＝反射角

∴ 平面E之法向量會落在$\overrightarrow{AP}$與$\overrightarrow{AQ}$之角平分線方向上

∴ $\overrightarrow{AP}=(12，5，0)$，$\overrightarrow{AQ}=(3，-4，12)$

又$|\overrightarrow{AP}|=|\overrightarrow{AQ}|$

∴ 取平面E之法向量$\vec{n}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ}=(15，1，12)$

∴ 平面E之方程式：$15x+y+12z=-20$

E. $2\sqrt{2}$（㉒ 2　㉓ 2）

【詳解】∵ $\angle ACB=\angle ADB=30°$

∴ A，C，D，B四點共圓

在$\triangle BCD$中

$\angle CBD=93°-48°=45°$

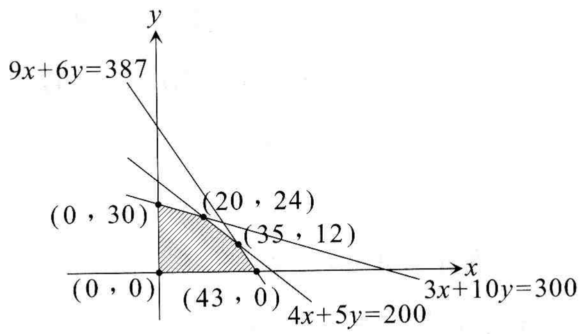
由正弦定理可得

$\dfrac{\overline{AB}}{\sin 30°}=2R=\dfrac{\overline{CD}}{\sin 45°}$

$\Rightarrow\ \overline{CD}=2\sqrt{2}$

第貳部分

一、當生產甲產品 20 件，乙產品 24 件時獲利最大



【詳解】1° 設電鍍甲產品x件，乙產品y件

由條件知$(x，y)$滿足不等式

$$\begin{cases}x\ge 0，y\ge 0\\ 9x+6y\le 387\\ 4x+5y\le 200\\ 3x+10y\le 300\end{cases}\quad(x，y\in Z)$$

2° 可行解區域爲右圖斜線區域

3° 目標函數$f(x，y)=70x+120y$

4° 由圖知$f(20，24)=4280$最大

所以當生產甲產品 20 件，乙產品 24 件時獲利最大

二、(1) $\underline{E':2x-y+5=0}$　　(2) $\underline{\begin{cases} x=3+2t \\ y=\dfrac{7}{2}-t \text{，} t\in R \\ z=2+\sqrt{5} \end{cases}}$

【詳解】(1) E' 與 Γ 之對稱軸 L 垂直，且 Γ 之準線必在平面 E' 上

故 E' 必過點 $(-1，3，2)$

$\therefore$ E' 之法向量 $\vec{n}=(2，-1，0)$

$\therefore$ E' 之方程式：$2x-y+5=0$

(2)根據拋物線之光學性質可知

光線反射後之行徑必平行對稱軸

$\therefore$ 方程式：$\begin{cases} x=3+2t \\ y=\dfrac{7}{2}-t \text{，} t\in R \\ z=2+\sqrt{5} \end{cases}$