題號	數學（第一欄）自然組	題號	（

第壹部分

一、單一選擇題

1. (3)
2. (4)

二、多重選擇題

3. (2),(3)(4)或(2),(3)
4. (1),(2)(3),(4)
5. (2),(3)(4)
6. (2),(3),
7. (1),(3),(4)
8. (2),(4).

三、

A

⑨ 9

⑩ 6

B

⑪ 1

⑫ 0

⑬ 8

⑭ 4

C

⑮ 0

第貳部分：

1.

(1) $\begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{3}{6} \\ \frac{3}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{6} \\ \frac{2}{6} & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$

(2) $\frac{2}{15}$

(3) $\frac{1}{3}$

2.

(1) 令 $F(x,y)=x^2+4xy+cy^2+dx+ey-8$ —①

S_0 作 (h,k) 平移使 Γ 对 S_1 之方程式缺一次項

則 (h,k) 滿足

(4) $\begin{cases} 2h+4k+d=0 \\ 4h+2ck+e=0 \end{cases}$

且 Γ 对 S_1 之方程式為 $x^2+4xy+cy^2+f(h,k)=0$ —②

將 S_1 作 θ 旋轉 得 S_2，欲使 Γ 对 S_2 之方程式缺 xy 項 則 $\cot 2\theta=\frac{1-c}{4}$ —③

已知 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 由③得 $\frac{1-c}{4}=\cot\frac{\pi}{2}=0$

$\therefore c=1$ —④

又 (h,k) 為 Γ 之中心 $(-2,3)$，代入(4)

得 $\begin{cases} -4+12+d=0 \\ -8+6+e=0 \end{cases}$ $\therefore d=-8,\ e=2$

(2) 由 $\frac{y^2}{3}-\frac{x^2}{1}=1$ 知 Γ 在 S_2 之焦点為 $F_1(0,2)$, $F_2(0,-2)$ 設 F_i 在 S_1 之坐標為 (x_i',y_i')，在 S_0 之坐標為 (x_i,y_i)，在 S_2 之坐標為 (x_i'',y_i'') $(i=1,2)$

由公式 $\begin{cases} x_i'=x_i''\cos\theta-y_i''\sin\theta \\ y_i'=x_i''\sin\theta+y_i''\cos\theta \end{cases}$ $i=1,2$

得 F_1, F_2 在 S_1 之坐標分別為

$F_1(-\sqrt{2},\sqrt{2})$, $F_2(\sqrt{2},-\sqrt{2})$

再利用平移公式

$\begin{cases} x_i=h+x_i' \\ y_i=k+y_i' \end{cases}$

得 F_1, F_2 在 S_0 之坐標分別為

$(-\sqrt{2}-2,\sqrt{2}+3)$ 與 $(\sqrt{2}-2,-\sqrt{2}+3)$

答
(1) $(c,d,e)=(1,-8,2)$
(2) $(-\sqrt{2}-2,\sqrt{2}+3)$ 與 $(\sqrt{2}-2,-\sqrt{2}+3)$