

臺北區公立高中九十三年學年度第二學期
大學入學第二次指定考科聯合模擬考

數學甲

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答，選擇題答錯均倒扣。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。
第貳部分作答於「答案卷」，請在規定之欄位作答，並於題號欄標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一)選擇題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單一選擇題，選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 3 劃記（注意不是 7），如：

| 解 答 欄 | | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

例：若第 10 題為多重選擇題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 1 與 3 劃記，如：

| | | | | | | | | | | | | |
|----|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 10 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |
| | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

(二)選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別

在答案卡的第 20 列的 20 與第 21 列的 7 劃記，如：

| | | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 20 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

祝 考試順利

第壹部分：選擇題（共 75 分）

一、單一選擇題：（占 12 分）

說明：第 1 至 2 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 6 分，答錯倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零分為止。未答者，不給分亦不扣分。

1. 若 $\log\left(1+\frac{1}{m}\right)+\log\left(1+\frac{1}{m+1}\right)+\cdots+\log\left(1+\frac{1}{m+n-1}\right)=\log n$ ，其中 $m, n \in N$ ，

則 $(m, n) = ?$

(1) $(10, 10)$

(2) $(8, 8)$

(3) $(4, 4)$

(4) $(2, 2)$

(5) $(1, 1)$

2. 設 a, b, c 分別是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所對的邊的邊長，則直線 $\sin A \cdot x + ay + c = 0$

與 $bx - \sin B \cdot y + \sin C = 0$ 的位置關係是？

(1) 平行

(2) 重合

(3) 垂直

(4) 相交但不垂直

(5) 以上皆是

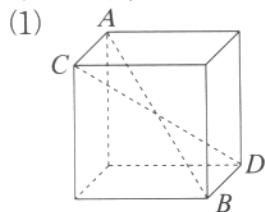
二、多重選擇題：（占 21 分）

說明：第 3 至 5 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.4 分；每答錯一個，倒扣 1.4 分，完全答對得 7 分，未答者，不給分亦不扣分。若在被答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.4 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

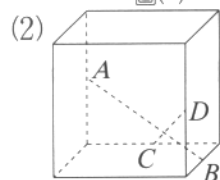
3. 關於二階方陣的平面變換，下列敘述哪些是正確的？

- (1) 任意三角形在經過 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 的變換後，面積不變
- (2) 某圖形在經過 $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的變換後，原圖形與新圖形對稱於 y 軸
- (3) 某圖形在經過 $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 的變換後，原圖形與新圖形對稱於原點
- (4) 某圖形在經過 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 的變換後，原圖形與新圖形對稱於 $x=y$ 直線
- (5) 橢圓 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ 經過 $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的變換後，所得新圖形為半徑是 1 的圓

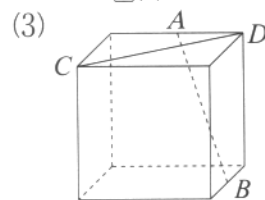
4. 圖(一)至圖(五)是五個正立方體的透視圖，每個圖中的 A, B, C, D 不是頂點，就是稜邊的中點。問：哪幾個圖形中的向量 \overrightarrow{AB} 與向量 \overrightarrow{CD} 互相垂直？



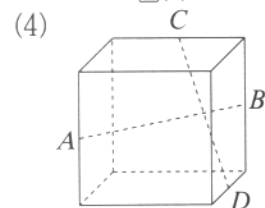
圖(一)



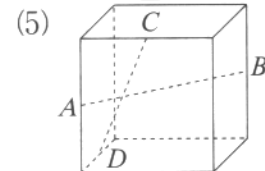
圖(二)



圖(三)



圖(四)



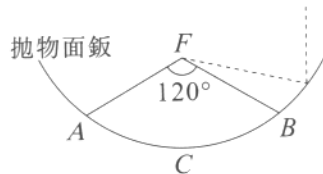
圖(五)

5. 高三甲班有 45 位同學，利用班會時間開同樂會，導師爲了增加熱鬧氣氛作了 45 張彩券，其中有 5 張有獎，其餘 40 張沒獎，全放入摸彩箱中，問下列敘述何者正確？
- (1) 阿呆吵著要第一個摸彩，他認爲第一個摸彩中獎機率最大
 - (2) 黑美人排第一個摸彩，結果擲龜，班頭心中暗爽，他認爲他中獎機率提高
 - (3) 第一個沒中獎，第二個班頭真的如願摸到了獎，睡仙第三個摸，他認爲：第一個擲龜，第二個中獎，互相抵消並不影響他原中獎之機率
 - (4) 小胖排在最後一個摸彩，但還沒輪到他，5 張有獎的彩券已經都摸光了，他抗議老師不公，排他最後一位摸彩，中獎機率最低
 - (5) 每一位同學摸彩中獎機率都是 $\frac{1}{9}$ ，與排序無關

三、選填題：(占 42 分)

說明：第 A 至 F 題，請在答案卡的「解答欄」之列號 (6-18) 中標示答案。每一題完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 學校餐廳每天供應 1000 位學生用餐，每星期一提供 A, B 兩樣主菜讓學生選擇，調查顯示，凡是這星期一選 A 主菜的人，下星期一會有 20% 改選 B 主菜，而選 B 主菜的，下星期一會有 30% 改選 A 主菜，若用 a_n, b_n 表示第 n 個星期一分別選 A, B 主菜的人數，若第一個星期一有 800 人選 A 主菜，問第四個星期一有多少人仍然選 A 主菜，即求 $a_4 =$ ⑥⑦⑧。
- B. 西藏地處高海拔，沸點較低，煮水需比較久才真正煮沸可以喝，由於木材稀少，藏人發明了藉助拋物面的太陽能反射，來煮開水，下圖是西藏用來煮開水的拋物面鉢，曲線部分是拋物線轉一圈而成類似鍋子的拋物面鉢，水壺放置在焦點 F 的地方， FA 與 FB 是架住水壺的兩根固定鐵條，長度都是 1.2 m。當正午時間，太陽光從正上方直射而下（虛線部分），透過拋物面鉢，全部的太陽光會聚集在焦點 F 的地方，也是水壺的位置，因此水壺的水很快就滾了。
已知 $\angle AFB = 120^\circ$ ，求焦點 F 至拋物面鉢最低點 C 的距離是多少公尺？ ⑨.⑩。
- C. 今天的數學課好像在教解方程式的問題，下課鐘響之前愛穗同學才醒過來，只看到老師一面擦黑板，一邊說著「……，最後提示你們，它的根構成等比數列。」說時遲，那時快，老師已將黑板擦到剩下 $x^3 - 10x^2 + 20x + \dots$ 而已。你能幫愛穗同學找出常數項嗎？此常數項 = ⑪⑫。



- D. 一漁夫晚上無聊，坐在船頭尋找北極星，漁夫發現，他必須仰角 30 度時，才可以正視著北極星，問漁夫的船在北緯幾度？ ⑬⑭°。
- E. 正六邊形的六邊在共平面的任一直線上投影的平方和等於 a ，若此正六邊形的邊長是 10，求 $a =$ ⑮⑯⑰。
- F. 若 $a_1 = \sqrt{2}$ ， $a_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}$ ， $a_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ ， \dots ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ ⑱。

第貳部分：非選擇題（共 25 分）

說明：第 1 及第 2 題為計算題，請在答案卷之「作答區」作答，必須於題號欄註明題號，並寫出演算過程，每題配分標於題末。

1. 中國石油公司有兩個汽油倉庫，甲油庫存有汽油 5 千加侖，乙油庫存有汽油 6 千加侖，今有 A, B 兩個站各需汽油 3 千與 4 千加侖，又油庫與加油站間，每千加侖之運費如表，設甲油庫運 x 千加侖至 A 加油站， y 千加侖至 B 加油站，乙油庫運 $(3-x)$ 千加侖至 A 加油站， $(4-y)$ 千加侖至 B 加油站。

| | A | B |
|-----|-------|-------|
| 甲油庫 | 500 元 | 600 元 |
| 乙油庫 | 650 元 | 700 元 |

- (1) 依題意 x, y 滿足二元一次不等式方程組 L ，請寫出此不等式方程組 L 。（4 分）
- (2) 設運費為 P 元，則目標函數 $P = ax + by + 4750$ ，求數對 $(a, b) = ?$ （3 分）
- (3) 該如何運送才能使運費最少？此最少運費為何？（8 分）
2. 設 x, y 為實數，且滿足 $x^2 + xy + y^2 = 6$
- (1) $x^2 + xy + y^2 = 6$ 經坐標軸旋轉 θ 後可化成形如 $\frac{x'^2}{a} + \frac{y'^2}{b} = 1$ ，求 θ, a, b 。（6 分）
- (2) 承(1)求 $x^2 + y^2$ 之最大值為何？（4 分）

臺北區公立高中九十三年度第二學期
大學入學第二次指定考科聯合模擬考

數學甲詳解

第壹部分

一、單一選擇題：

1. (4)

【詳解】 $\log\left(1+\frac{1}{m}\right)+\log\left(1+\frac{1}{m+1}\right)+\cdots+\log\left(1+\frac{1}{m+n-1}\right)$
 $=\log\frac{m+1}{m}\times\log\frac{m+2}{m+1}\times\cdots\times\log\frac{m+n}{m+n-1}=\log\frac{m+n}{m}=\log n$
 $\Rightarrow \frac{m+n}{m}=n$
 $\Rightarrow mn=m+n$
 $\Rightarrow (m-1)(n-1)=1$

| | | | |
|-------|---|----|--|
| m | 2 | 0 | |
| $m-1$ | 1 | -1 | |
| $n-1$ | 1 | -1 | |
| n | 2 | 0 | |

$$\therefore m, n \in \mathbb{N}$$

$$\therefore m=2, n=2$$

2. (3)

【詳解】根據正弦定理：

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$a = 2R \sin A$$

$$\Rightarrow b = 2R \sin B$$

$$c = 2R \sin C$$

$$\sin Ax + ay + c = 0$$

$$\text{斜率} = -\frac{\sin A}{a} = -\frac{\sin A}{2R \sin A} = -\frac{1}{2R} = m_1$$

$$bx - \sin By + \sin C = 0$$

$$\text{斜率} = -\frac{b}{-\sin B} = \frac{2R \sin B}{\sin B} = 2R = m_2$$

$$m_1 \times m_2 = -1$$

\Rightarrow 兩直線垂直

二、多重選擇題：

3. (1)(2)(3)(4)(5)

【詳解】(1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$ 對稱於 x 軸面積不變

(2) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$ 對稱於 y 軸

(3) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$ 對稱於原點

(4) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ 對稱於 $x=y$

(5) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$

$$x' = \frac{1}{2}x \cdot y' = y \text{ 代入 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$$

$$x'^2 + y'^2 = 1$$

4. (3)(4)(5)

【詳解】將圖(一)的正立方體坐標化

令左下角的頂點坐標為 $(0, 0, 0)$ 右下角 B 點的坐標為 $(1, 0, 0)$ 此時 $A = (0, 1, 1)$ $C = (0, 0, 1)$ $D = (1, 1, 0)$ 因此 $\overline{AB} = (1, -1, -1)$ $\overline{CD} = (1, 1, -1)$ 因為內積 $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) = 1 \neq 0$ 所以 \overline{AB} 與 \overline{CD} 不垂直

利用同樣的坐標方法

可以得知

圖(二)、圖(四)與圖(五)中的 \overline{AB} 與 \overline{CD} 垂直

5. (2)(5)

【詳解】(1) 每人機率都一樣 $\frac{1}{9}$ 與次序無關(2) 班頭中獎機率 $\frac{5}{44} > \frac{5}{45}$ (黑美人已損龜)(3) $\frac{4}{43} \neq \frac{5}{45}$

(4) 同(1)

(5) 同(1)

三、選填題

A. 625 (6 7 2 8 5)

【詳解】轉移矩陣：
$$P = \begin{matrix} & A & B \\ A & \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} & \end{matrix}, x_1 = \begin{bmatrix} 800 \\ 200 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 700 \\ 300 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 700 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 650 \\ 350 \end{bmatrix}$$

$$x_4 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 650 \\ 350 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 625 \\ 375 \end{bmatrix}$$

B. 0.9 (9 0 10 9)

【詳解】∵ FC 與 C 到準線的距離相等

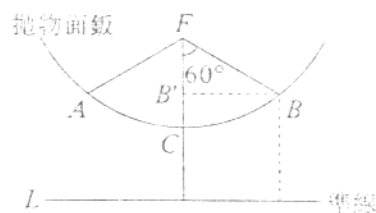
$$\therefore F \text{ 到準線的距離} = 2\overline{FC}$$

$$\therefore \overline{BF} = 1.2 \text{ m}, \overline{FB'} = 1.2 \cos 60^\circ = 0.6$$

$$\text{又} \because \overline{BF} = d(B, \text{準線 } L)$$

$$\therefore d(F, L) = \overline{FB'} + d(B', L) = 0.6 + 1.2 = 1.8 = 2\overline{FC}$$

$$\therefore \overline{FC} = 0.9$$



C. -8 (11 - 12 8)

【詳解】設三根為 $\frac{a}{r}, a, ar$

利用根與係數的關係得到

$$\frac{a}{r} + a + ar = 10 \Rightarrow a\left(1 + r + \frac{1}{r}\right) = 10 \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{a}{r} \cdot a + a \cdot ar + ar \cdot \frac{a}{r} = 20 \Rightarrow a^2\left(1 + r + \frac{1}{r}\right) = 20 \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{ 相除得 } a = 2 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得 } 1 + r + \frac{1}{r} = 5, r = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{ 三根為 } 4 - 2\sqrt{3}, 2, 4 + 2\sqrt{3}$$

$$\text{常數項為 } -(4 - 2\sqrt{3}) \times 2 \times (4 + 2\sqrt{3}) = -8$$

D. 30° (13 3 14 0)

【詳解】如右圖所示

設漁夫在北緯 θ° 方位 (即 A 點位置)

因為 CA 是漁夫在北緯 θ° 方位時的水平方向

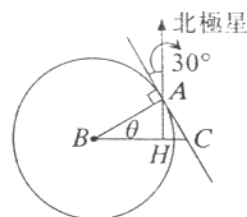
所以 CA 與 BA 垂直, 而 CA 與 HA 夾 30°

$$\text{即 } \angle CAH = 30^\circ$$

$$\text{因此 } \angle BAH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\text{再由 } BC \text{ 與 } AH \text{ 垂直得到 } \theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

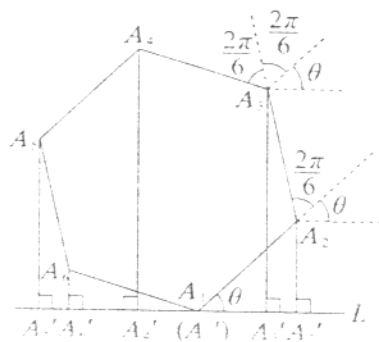
所以漁夫在北緯 30°



E. 300 (15 3 16 0 17 0)

【詳解】取定 L 通過 A_1

$$\begin{aligned}
 & \overline{A_1'A_2'}^2 + \overline{A_2'A_3'}^2 + \cdots + \overline{A_6'A_1'}^2 \\
 &= 10^2 \sum_{k=0}^5 \cos^2\left(\theta + \frac{2k\pi}{6}\right) \\
 &= 10^2 \sum_{k=0}^5 \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(2\theta + \frac{4k\pi}{6}\right)\right] \\
 &= \frac{10^2}{2} \left[6 + \sum_{k=0}^5 \left[\cos\left(2\theta + \frac{4k\pi}{6}\right)\right]\right] \\
 &= \frac{6 \times 10^2}{2} = 300
 \end{aligned}$$



F. 2 (18 2)

【詳解】《方法 1》

$$a_1 = 2^{\frac{1}{2}}, a_2 = (2 \cdot 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{4}}, a_3 = 2^{\frac{7}{8}}, \dots, a_n = 2^{1 - (\frac{1}{2})^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 2^{1 - (\frac{1}{2})^n} = 2^{1-0} = 2$$

《方法 2》

$$\text{令 } x = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\dots}}}}$$

$$\text{兩邊平方 } x^2 = 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\dots}}}$$

$$x^2 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2, 0 \text{ (不合)}$$

第貳部分：

$$1. (1) \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq 3-x \leq 3 \\ 0 \leq 4-y \leq 4 \\ x+y \leq 5 \\ (3-x)+(4-y) \leq 6 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 1 \leq x+y \leq 5 \end{cases}$$

(2) $(-150, -100)$ (3) 甲油庫運 3 千加侖至 A ，運 2 千加侖到 B ；乙油庫運 0 千加侖至 A ，運 2 千加侖到 B ，運費最少 4100 元

$$\text{【詳解】 (1) } \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq 3-x \leq 3 \\ 0 \leq 4-y \leq 4 \\ x+y \leq 5 \\ (3-x)+(4-y) \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 1 \leq x+y \leq 5 \end{cases} \quad (4 \text{ 分})$$

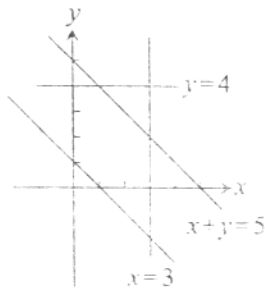
(2) 設運費為 P 元，則

$$P = 500x + 600y + 650(3-x) + 700(4-y)$$

$$= -150x - 100y + 4750$$

$(a, b) = (-150, -100)$ (3 分)

(3) (4 分)



把各頂點代入 $P = -150x - 100y + 4750$ 中即得

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| (x, y) | $(1, 0)$ | $(3, 0)$ | $(3, 2)$ | $(1, 4)$ | $(0, 4)$ | $(0, 1)$ |
| P | 4600 | 4300 | 4100 | 4200 | 4350 | 4650 |

↑
運費最少

甲油庫運 3 千加侖至 A ，運 2 千加侖到 B

乙油庫運 0 千加侖至 A ，運 2 千加侖到 B (4 分)

2. (1) $\theta = 45^\circ$ (或 $\frac{\pi}{4}$)， $a = 4$ ， $b = 12$ (2) 12

【詳解】(1) $x^2 + xy + y^2 = 6$

$$\cot 2\theta = \frac{A-C}{B} = \frac{0}{1}$$

$$\theta = 45^\circ \text{ (或 } \frac{\pi}{4} \text{)} \text{ (2 分)}$$

坐標軸旋轉 $\frac{\pi}{4}$ 後 $x = \frac{1}{\sqrt{2}}(x' - y')$ ， $y = \frac{1}{\sqrt{2}}(x' + y')$ 代入 $x^2 + xy + y^2 = 6$

化簡成 $\frac{x'^2}{4} + \frac{y'^2}{12} = 1$ 得 $a = 4$ ， $b = 12$ (4 分)

(2) 令 $x' = 2 \cos \theta$ ， $y' = 2\sqrt{3} \sin \theta$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(x' - y') \right]^2 + \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(x' + y') \right]^2$$

$$= x'^2 + y'^2$$

$$= (4 \cos \theta)^2 + (2\sqrt{3} \sin \theta)^2$$

$$= 4 + 8 \sin^2 \theta \leq 4 + 8 = 12 \text{ (4 分)}$$