

# 臺中區國立高級中學九十八學年度 大學入學指定科目考試第一次聯合模擬考

## 數學乙

試題編號：AU-39802  
考試日期：99.02.26

### —作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 2 題，多選題 4 題，選填題第 A 至 D 題共 4 題，非選擇題共二大題

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7 亦即選項 (3)時，考生要在答案卡第一列 <sup>3</sup> 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 <sup>1</sup> 與 <sup>3</sup> 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而答案是  $\frac{3}{8}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 <sup>3</sup> 與第 19 列的 <sup>8</sup> 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 <sup>-</sup> 與第 21 列的 <sup>7</sup> 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

祝考試順利

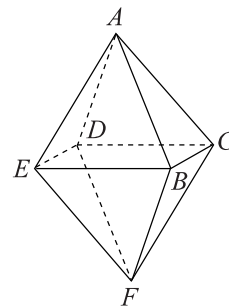


第壹部分：選擇題（佔 72 分）

一、單選題（佔 12 分）

說明：第 1 至 2 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 設  $ABCDEF$  是正八面體，若從正八面體的 12 個邊中，選取 3 個邊且要求 6 個頂點都取到，則選取的方法共有
- (1) 5 種                      (2) 6 種                      (3) 7 種  
(4) 8 種                      (5) 10 種



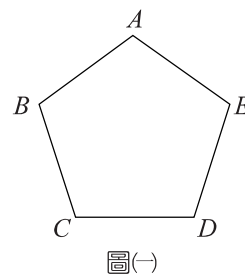
2. 設多項式  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 25x^2 - 30x + 8$ ，則  $f(2+i) \cdot f(2-i)$  的值為
- (1) 35                      (2) -35                      (3) 36                      (4) -36                      (5) 37

二、多選題（28 分）

說明：第 3 至 6 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 7 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.4 分，每答錯一個選項，倒扣 1.4 分，完全答對得 7 分，整題未作答者，不給分亦不扣分。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.4 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 有一動點  $P$ ，在圖(-)所示的正五邊形  $ABCDE$  的頂點  $A$  出發，依次向左鄰頂點移動，即按逆時針方向在頂點間循環移動，將從一個頂點向相鄰頂點移動一次稱為「前進一步」，並由擲一公正骰子決定  $P$  的前進步數，方法如下：若擲兩次骰子，出現的點數為  $n_1$ 、 $n_2$ ，則第一次擲骰子後，動點  $P$  從  $A$  點出發前進  $n_1$  步，抵達的頂點記作  $P_1$ ，第二次擲骰子後，動點  $P$  從  $P_1$  出發前進  $n_2$  步，抵達的頂點記作  $P_2$ ，如： $n_1 = 3$ ， $n_2 = 2$ ，則  $P_1 = D$ ， $P_2 = A$ ，下列選項何者正確？

- (1)  $P_1 = P_2$  的機率大於  $\frac{1}{6}$   
 (2)  $P_1$  和  $P_2$  相鄰的機率為  $\frac{1}{2}$   
 (3)  $P_2 = A$  的機率為  $\frac{7}{36}$   
 (4)  $P_2 = C$  的機率為  $\frac{2}{9}$   
 (5)  $P_1 = A$  或  $P_2 = A$  的機率大於  $\frac{1}{3}$



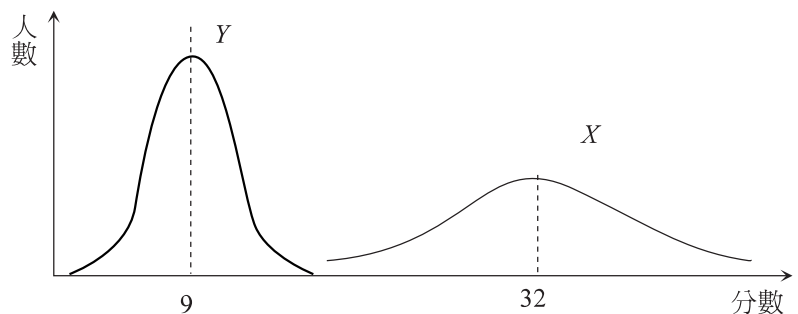
4. 小音與小馬兩位研究生在一鄉村的稻田中隨機抽樣 10 塊稻田，得到這些稻田的面積  $X$  與稻米產量  $Y$  的資料如下表：

面積 (甲)	3.0	2.8	……	3.3
產量 (公噸)	3.2	3.0	……	3.5

若小音正確求出產量對面積的迴歸直線為  $y = 1.31x - 0.73$ ，而小馬正確求出面積對產量的迴歸直線為  $x = 0.63 + 0.74y$ ，則下列選項何者正確？

- (1) 可依上述資料求出稻田面積的平均數  $\bar{X}$
  - (2) 可依上述資料求出稻米產量的平均數  $\bar{Y}$
  - (3) 可依上述資料求出稻米產量的標準差  $S_Y$
  - (4) 可依上述資料求出  $X$  與  $Y$  的相關係數  $R_{XY}$
  - (5) 在該鄉村中另有一塊 3.7 甲的稻田，可預估其稻米產量為 4.12 公噸（四捨五入到小數點後第二位）
5. 若  $x^{100} + x + 1$  除以  $(x + 1)^3$  的餘式為  $ax^2 + bx + c$ ，則下列選項何者正確？
- (1)  $a$  為偶數
  - (2)  $b$  為奇數
  - (3)  $c$  為偶數
  - (4)  $a > 5000$
  - (5)  $a - b + c = 360$

6. 某次高中聯合模擬考試，共有 1000 名學生參加考試，在數學科測驗中，第壹部分為選擇題，佔 72 分，第貳部分為非選擇題，佔 28 分。若學生在第壹、貳部分的分數均為常態分佈，曲線如圖(二)所示，虛線為



曲線之對稱軸，其中  $X$  表示每位學生在第壹部分的分數，標準差為  $S_X$ ，全距  $R_X$ ；而  $Y$  表示每位學生在第貳部分的分數，標準差為  $S_Y$ ，全距  $R_Y$ ，並令  $Z = X + Y$  表示每位學生在數學科測驗的總分，標準差為  $S_Z$ ，全距  $R_Z$ ，則下列選項何者正確？

- (1)  $S_X > S_Y$
- (2)  $S_Z^2 > S_X^2 + S_Y^2$
- (3)  $R_Z \leq R_X + R_Y$
- (4) 此次測驗學生總分的中位數為 41 分
- (5) 此次測驗學生總分的平均數為 41 分

三、選填題 (32 分)

說明：A 至 D 題為選填題，請在答案卡的「解答欄」之列號 (7~16) 中標示答案。每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設  $\alpha$  為  $\log_3 x + x - 10 = 0$  之根， $\beta$  為  $3^x + x - 10 = 0$  之根，則  $\alpha + \beta =$  ⑦⑧。
- B. 擲一公正骰子，記第  $k$  次 ( $k \leq 5$ ) 出現的點數被 3 除後所得的餘數為  $x_k$ ，定義隨機變數  $Y = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$ ，如：5 次的點數為 3, 4, 1, 2, 4, 5，則  $x_1, x_2, \dots, x_5$  分別為 0, 1, 1, 2, 1, 2，隨機變數  $Y=0$ ，求  $Y$  的期望值為 ⑨。
- C. 假日午後小明與小君相約到河畔的公園慢跑，鄰近的這條河流經年累月的遭受汙染，目前正開始整治。假設汙染的情況不再惡化，而整治成效可使水中雜質每年去除 10%，試問若要將水中雜質降低到目前的 10% 以下，最少需要  $n$  年 ( $n \in \mathbb{N}$ )，則  $n =$  ⑩⑪。
- D. 某工廠大量生產一種產品中，含次級品的機率為  $P$ ，且  $0 < P < 1$ ，設從這些產品中隨意取出 3 個，其中最多出現 1 個次級品的機率為  $P_1$ ；隨意取出 6 個，其中最多出現 2 個次級品的機率為  $P_2$ ，若  $P_2 < P_1$ ，則  $P$  的取值範圍為  $\frac{\textcircled{12} - \sqrt{\textcircled{13}\textcircled{14}}}{\textcircled{15}\textcircled{16}} < P < 1$ 。

第貳部分：非選擇題 (28 分)

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號 (一、二) 與子題號 ((1)、(2)、...)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

- 一、設兩多項式  $f(x) = x^3 - 2009x^2 - x + 2009$ ， $g(x) = f(f(f(x)))$ ，試證明：多項式  $g(x)$  能被  $f(x)$  整除。(14 分)
- 二、設  $x$  為三位數，將  $x$  的各位數字反向重新排列後所得的數字令為  $y$ ，且  $y$  仍為三位數，例如： $x = 539$ ，則  $y = 935$ ，回答下列問題：
- (1) 滿足上述條件的三位數  $x$  共有多少個？(5 分)
- (2) 令  $z = |x - y|$ ，試證明： $z$  為 99 的倍數。(5 分)
- (3) 承(2)， $z$  共有多少個不同的值？(4 分)





