

臺中區國立高級中學九十八學年度
大學入學指定科目考試第二次聯合模擬考

數學乙

試題編號：AU-39803
考試日期：99.04.07

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 2 題，多選題 4 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題，非選擇題共二大題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7 亦即選項 (3)時，考生要在答案卡第一列 \square^3 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 \square^1 與 \square^3 劃記，如：

10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而答案是 $\frac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 劃記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 劃記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

祝考試順利

第壹部分：選擇題（佔 74 分）

一、單選題（佔 8 分）

說明：第 1 至 2 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 4 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 假設平川縣每年有 5% 的已婚女性離婚，而每年有 20% 的單身女性結婚。根據統計，平川縣共有 70000 名已婚女性和 30000 名單身女性。若假設上述離婚率與結婚率及女性總人數維持不變的情況下，試預測平川縣未來已婚女性人口數（趨近於）有多少人？
(1) 75000 (2) 80000 (3) 85000 (4) 90000 (5) 95000
2. 已知 $f(x) = 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 11x + 3$ ， $g(x) = 3x^4 - 7x^3 - 11x^2 + 18x + 5$ ，設 $f(x) = 0$ 與 $g(x) = 0$ 兩方程式在兩連續整數 m 與 $m+1$ 之間有共同實根，則 m 之最小值為何？
(1) -3 (2) -2 (3) -1 (4) 0 (5) 1

二、多選題（24 分）

說明：第 3 至 6 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 6 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.2 分，每答錯一個選項，倒扣 1.2 分，完全答對得 6 分，整題未作答者，不給分亦不扣分。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.2 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 丫倫與小梁經常打桌球，根據過去的經驗得知：在每一局中，丫倫獲勝的機率為 p ($\frac{1}{2} < p < 1$)。現採三戰二勝的比賽制度，設丫倫獲勝的機率為 $f(p)$ ，並約定每人先繳 27 元出來，比賽結束後獲勝者可得獎金 32 元，其餘的 22 元則全數捐做公益，試問以下哪些選項是正確的？
(1) $f(p) = C_2^3 p^2 (1-p)$
(2) $f(p) = p^2 + C_1^2 p^2 (1-p)$
(3) 就丫倫而言，一戰決勝負的獲勝機率較高
(4) 當 $\frac{1}{2} < p < \frac{3}{4}$ 時，此比賽對丫倫是有利的（獲利期望值 > 0 ）
(5) 當 $\frac{3}{4} < p < 1$ 時，此比賽對丫倫是有利的（獲利期望值 > 0 ）

4. 若某班有學生 50 人，第一次數學段考成績 (x) 的平均數 \bar{x} 為 55 分，(樣本) 標準差 S_x 為 6 分，第二次數學段考成績 (y) 的平均數 \bar{y} 為 60 分，(樣本) 標準差 S_y 為 8 分。設 r 為變量 x 與 y 的相關係數，兩次成績和 $z(=x+y)$ 的樣本標準差為 S_z ，試問以下哪些選項是正確的？

(1) 兩次成績和 $z(=x+y)$ 的平均數 $\bar{z} = \frac{\bar{x} + \bar{y}}{2}$

(2) 當 $r = \frac{3}{8}$ 時， y 對 x 的迴歸線方程式為 $y - 60 = \frac{3}{8}(x - 55)$

(3) $S_z^2 = S_x^2 + S_y^2 + 2r \cdot S_x \cdot S_y$

(4) 存在適當的 r 值，使得 $S_z = S_x + S_y = 14$

(5) 存在適當的 r 值，使得 $S_z = 1$

5. 設 a, b, c 為方程式 $x^3 - 3x^2 - x + 5 = 0$ 的三個實根，且 $P(a, b), Q(b, c), R(c, a)$ 為平面上三點，試問以下哪些選項是正確的？

(1) 三階方陣 $\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & c \end{bmatrix}$ 具有乘法反方陣

(2) P, Q, R 三點共線

(3) $\triangle PQR$ 之面積為 12

(4) 行列式 $\begin{vmatrix} a & c & b \\ b & a & c \\ c & b & a \end{vmatrix} = -(a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 1 & b & c \\ 1 & c & a \end{vmatrix}$

(5) 行列式 $\begin{vmatrix} 1+a & a+c & c+b \\ 1+b & b+a & a+c \\ 1+c & c+b & b+a \end{vmatrix} = 48$

6. 設 A, B, C 皆為 3×3 階矩陣， O 為 3×3 階零矩陣，試問以下哪些選項是正確的？

(1) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 恆成立

(2) 若 $AB = O$ ，則 $A = O$ 或 $B = O$

(3) 若 A, B 為可逆矩陣，則 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(4) 矩陣 $2A$ 的行列式值 = $2 \times$ (矩陣 A 的行列式值)

(5) 若 A 為轉移矩陣，則 A^2 亦為轉移矩陣

三、選填題 (42 分)

說明：A 至 G 題為選填題，請在答案卡的「解答欄」之列號 (7~25) 中標示答案。每一題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. K 公司想知道所販售的咖啡在市場的占有比率，便委託市調公司進行抽樣調查，已知市調公司抽查 1000 人中，其中有 400 人喝 K 公司的咖啡。若 K 公司要求市調的抽樣誤差不超過 2%，且具有 95% 信心水準，則市調公司應再抽樣 ⑦⑧⑨⑩ 人，才能滿足 K 公司的要求。

B. 設 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 為方程式 $x^5 - 7x^4 - 58x^3 + 16x^2 - 460x - 200 = 0$ 之五根，則 $(12 - a_1)(12 - a_2)(12 - a_3)(12 - a_4)(12 - a_5) =$ ⑪⑫。

C. 牛頓冷卻規律描述一個物體在常溫 $a^\circ\text{C}$ 環境下的溫度變化，如果物體的初始溫度為 $b^\circ\text{C}$ ，則經過 t 小時後的溫度 $f(t)^\circ\text{C}$ 將滿足

$$f(t) - a = (b - a) \left(\frac{1}{2}\right)^{kt}$$

其中 k 為與物體性質有關的常數。某冬天早晨警局接到報案，在街頭發現一具流浪漢的屍體，早上 5 點半時測量其體溫為 13°C ，經 2 小時後其體溫已降為 11°C 。假設戶外溫度約維持在 10°C ，且人體正常體溫為 37°C ，已知其體溫變化滿足牛頓冷卻規律，則截至早上 5 點半為止，流浪漢已死亡 ⑬ 小時。

D. 將一條 1 公尺長的線段，依 1 : 2 的比例分割成兩條小線段，再將這兩條小線段，分別依 1 : 2 的比例各分割成兩條小線段，依此類推。在四次分割後，所製造出的 16 條小線段依其長度大小共可分成 ⑭ 種不同的種類。

E. 甲乙兩人玩「棒打老虎，雞吃蟲」的喊拳遊戲，每人皆有「棒子」、「老虎」、「雞」、「蟲」四種喊拳的方式，已知「棒子打老虎，老虎吃雞，雞吃蟲，蟲吃棒子」，並規定不在上述規則內的喊拳結果一律視為平手，例如：甲喊棒子，乙喊雞，則視為平手。若甲喊棒子，乙喊蟲，則乙勝，試問平均要喊 ⑮ 次拳才能分出勝負。

F. 設 $a \in R$ ，若 $2x^2 + ax + 1 = 0$ ， $ax^2 + 2(a - 1)x + (a - 1)^2 = 0$ ， $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 三個二次方程式中恰有二個方程式有實根，則 a 的範圍為 ⑯⑰ $\sqrt{18}$ < a < ⑱ 或 a \geq ⑳ $\sqrt{21}$ 。

G. 用五種不同的顏色來塗右圖中的積木板（可轉動但不能翻動），規定不同區域塗不同色，並用此五種顏色再依序（如右圖所示）畫上 A, B, C, D 四個字母，規定字母所用的顏色與底色不同，且不同區域的字母顏色皆相異，則共有 ㉒㉓㉔㉕ 種塗法。

A	B
C	D

第貳部分：非選擇題（26 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、⋯），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

- 一、花田村的花澤類村長預計在元宵節舉辦猜燈謎活動，並準備了 A 、 B 、 C 三種不同的神秘小禮物各 15 件、24 件、27 件。現有甲、乙兩種不同類型的包裝紙，其中一張甲類包裝紙可包裝 A 、 B 、 C 三種禮物各 2 件、1 件、1 件；一張乙類包裝紙可包裝 A 、 B 、 C 三種禮物各 1 件、2 件、3 件；已知一張甲類包裝紙要 20 元，一張乙類包裝紙要 30 元。設包裝好所有禮物甲類包裝紙需 x 張，乙類包裝紙需 y 張，則
- (1) 請依題意列出此題之不等式。（3 分）
 - (2) 試問甲類、乙類包裝紙各需多少，才能讓包裝費用最少？（10 分）
- 二、(1) 試作 $y = |x^2 - 3x| + x - 1$ 之圖形。（8 分）
- (2) 若方程式 $|x^2 - 3x| + x - 1 = k$ 恰有兩個相異實根，求實數 k 值的範圍？（5 分）

