答案與解析 Answer

答案

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

1. (A)　2. (D)　3. (B)　4. (C)　5. (E)　6. (B)　7. (A)　8. (D)

貳、多重選擇題

9. (B)(C)　10. (A)(D)　11. (C)(D)(E)　12. (A)(B)(E)

第二部分：填充題

13. 6　14. 82　15. $\sqrt{13}$　16. $\sqrt{26}$　17. $\sqrt{\dfrac{77}{5}}$　18. 5　19. $\dfrac{83}{100}$　20. $\dfrac{-17}{216}$

解析

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

1. $\tan\theta_1=\sqrt{3},\quad \tan\theta_2=\dfrac{1}{\sqrt{3}},$

$$\tan\theta=\tan(\theta_1-\theta_2)=\frac{\tan\theta_1-\tan\theta_2}{1+\tan\theta_1\tan\theta_2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1+1}=\frac{1}{\sqrt{3}},$$

$\therefore\ \theta=30°,$　又 $180°-\theta=150°,$

故兩直線夾角為 30°或 150°.

2. $\because\ \overrightarrow{PQ}\perp\vec{n},\quad \therefore\ \overrightarrow{PQ}\cdot(a,b,c)=0.$

3. $-2<x<4\ \Rightarrow\ f(x)=a(x+2)(x-4)$

且 $a<0,$

則 $f(2x)<0\ \Rightarrow\ a(2x+2)(2x-4)<0$

$\Rightarrow\ (x+1)(x-2)>0,$

$\therefore\ x>2$ or $x<-1.$

4. $\begin{cases}\dfrac{a_1}{1-r}=\dfrac{8}{9}\\ a_1r^3=\dfrac{3}{32}\end{cases}\ \Rightarrow\ r^3(1-r)=\dfrac{27}{256}.$

$\because\ r\neq1$ 且 r 為有理數,

$\therefore$ 可設 $r=\dfrac{q}{p}$ 且 $(p,q)=1,\ p\neq0,$

p、$q\in\boldsymbol{Z},$

$\dfrac{q^3(p-q)}{p^4}=\dfrac{27}{256},$

$\because\ (p,q)=1\ \Rightarrow\ (p-q,p)=1$

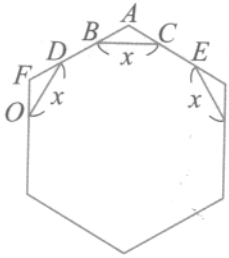
$\Rightarrow\ (q^3(p-q),p^4)=1,$

$\therefore\ p^4=256\ \Rightarrow\ p=4.$

5. 設 $\overline{DB}=\overline{BC}=\overline{CE}=x,$

$\angle A=120°,\quad \angle ABC=\angle BCA=30°.$

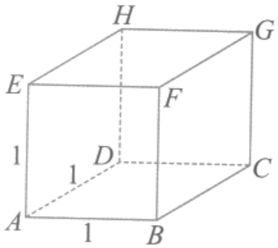
$\because\ \overline{AF}=3,\quad \therefore\ \overline{AB}=\overline{AC}=\dfrac{3-x}{2}.$



由正弦定理知:

$$\frac{x}{\sin 120^\circ}=\frac{\frac{3-x}{2}}{\sin 30^\circ}\quad\Rightarrow\quad x=6\sqrt{3}-9.$$

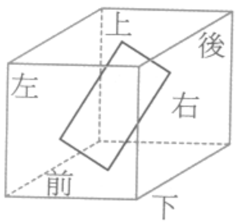
6.



$\because |\overrightarrow{a}|=1,$

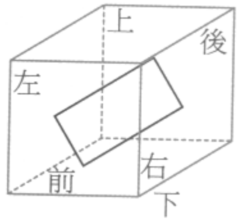
$\therefore \overrightarrow{a}$ 只可能是 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$ 與 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{EA}$, 共有 6 個.

7. 若六個面暫命名為上、下、前、後、左、右.



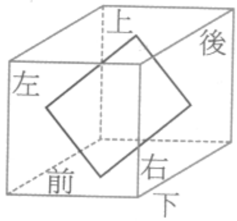
▲圖 1

由上、下、前、後四個面的中心點所成之正方形



▲圖 2

由前、後、左、右四個面的中心點所連成之正方形



▲圖 3

由上、下、左、右四個面的中心點所連成之正方形

由圖 1、2、3 知, 共有 3 個.

8. 重點: "至少" ⇒ 利用扣減法.

$p=1-(\frac{31}{32})^{40}$, 先求 $(\frac{31}{32})^{40}$ 之值,

$$\log(\frac{31}{32})^{40}=40(\log 31-\log 32)$$
$$\doteqdot -0.548=-1+0.452$$
$$\doteqdot -1+\log 2.83=\log 0.283,$$

$\therefore p\doteqdot 1-0.283=0.717,$

$\therefore 0.7\le p<0.8.$

貳、多重選擇題

9. $\sum_{n=1}^{3}(x-n)^2+\sum_{n=8}^{10}(x-n)^2$

$=(x-1)^2+(x-2)^2+(x-3)^2+(x-8)^2$
$\quad+(x-9)^2+(x-10)^2$

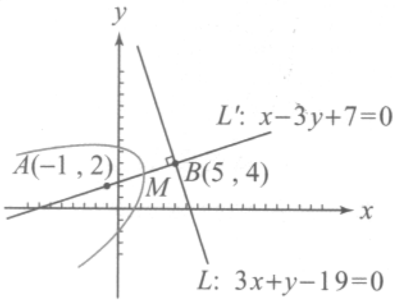
$=6x^2-66x+259$

$=6(x-\frac{11}{2})^2+259-\frac{363}{2}.$

$\therefore$ 當 $x=\dfrac{11}{2}$ 時，$f(x)$ 有最小值，

$\therefore a=\dfrac{11}{2}=5.5.$

10.



設 L: $3x+y-19=0$,

$P(x, y)$, $A(-1, 2)$,

則原式表 $d(P, L)=\overline{PA}$ ……拋物線的定義，

其中 $A(-1, 2)$為焦點，

L: $3x+y-19$ 為準線，

L' 過 A 且垂直 L

$\Rightarrow$ L': $y-2=\dfrac{1}{3}(x+1)$,

L': $x-3y+7=0$ 為對稱軸，又 L 與 L' 之交點 $B(5, 4)$，頂點 M 是 $\overline{AB}$ 之中點，$\therefore M(2, 3)$.

11. (D)(E)很明顯.

(C)長軸長增加為 $2a$，短軸長增加為 $2b$，很明顯仍是一個橢圓，若由參數式觀點看，$P(a\cos\theta, b\sin\theta)$，又 $\overline{OQ}=2\overline{OP}$，則 $Q(2a\cos\theta, 2b\sin\theta)$.

令 $\begin{cases}x=2a\cos\theta\\ y=2b\sin\theta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{x}{2a}\\ \sin\theta=\dfrac{y}{2b}\end{cases}$,

$\because \cos^2\theta+\sin^2\theta=1$,

$\therefore \dfrac{x^2}{4a^2}+\dfrac{y^2}{4b^2}=1$ ……表一橢圓.

12. (A) $r_1=r_2=0$.

(B)選項 3，4，5 的資料散布於斜率為正的直線附近，$\therefore r_3$，r_4，r_5 均為正數，$\therefore r_3>r_2$.

(C)若將選項 3 的 x，y 資料互換，可得選項 4，$\therefore r_3=r_4$.

(D)若將選項 3 的 y 資料改為 $2y-1$，就變成選項 5，

而 $r_{(x, 2y-1)}=\dfrac{\Sigma(x-\overline{y})((2y-1)-(\overline{2y-1}))}{nS_xS_{2y-1}}$

$=\dfrac{2\Sigma(x-\overline{x})(y-\overline{y})}{nS_x\cdot 2S_y}$

$=\dfrac{\Sigma(x-\overline{x})(y-\overline{y})}{nS_xS_y}=r_{(x, y)}$,

$\therefore r_3=r_5$.

第二部分：填充題

13. 重點：

$f(-7)$ 就是 $f(x)$ 除以 $(x+7)$ 之餘式.

由綜合除法：

1	+ 6	− 4	+ 25	+ 30	+ 20	
	− 7	+ 7	− 21	− 28	− 14	− 7
1	− 1	+ 3	+ 4	+ 2		+ 6

$\therefore f(-7)=6$.

14. E_1: $2x-y+2z=6$,

$\overrightarrow{n_1}=(2, -1, 2)$,　$|\overrightarrow{n_1}|=3$,

E_2: $3x-4z=2$,　$\overrightarrow{n_2}=(3, 0, -4)$,

$|\overrightarrow{n_2}|=5$,

$\cos\theta=\pm\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\pm\dfrac{6+0-8}{3\cdot 5}$

$=\pm\dfrac{2}{15}$.

$\because \theta<90°$，$\therefore \cos\theta=\dfrac{2}{15}\doteqdot 0.1333$.

由查表知：

$0.1344=\sin 7°40'=\cos 82°20'$,

$\therefore \theta \doteqdot 82°$.

15. 重點：要求向量長度 ⇒ 先平方.

$|\overrightarrow{AC}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}$

$= (3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}) \cdot (3\overrightarrow{AB} \cdot 2\overrightarrow{AD})$

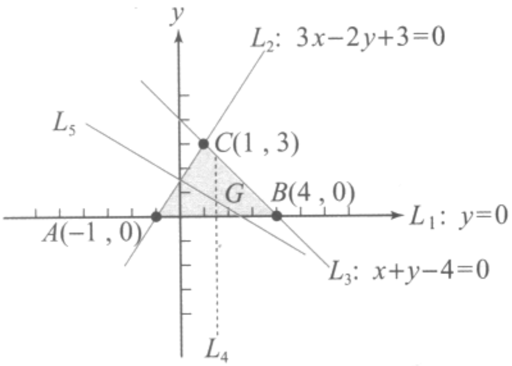
$= 9|\overrightarrow{AB}|^2 + 4|\overrightarrow{AD}|^2 + 12\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

$= 9 + 16 + 12|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}| \cdot \cos 120°$

$= 25 - 12 = 13$,

$\therefore |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{13}$.

16.



L_1, L_2 交點 $A(-1, 0)$,

L_1, L_3 交點 $B(4, 0)$,

L_2, L_3 交點 $C(1, 3)$,

$\overline{AB}$ 之中點$(\frac{3}{2}, 0)$ ⇒ $L_4: x = \frac{3}{2}$,

$\overline{AC}$ 之中點$(0, \frac{3}{2})$ ⇒ $L_5: 4x + 6y = 9$,

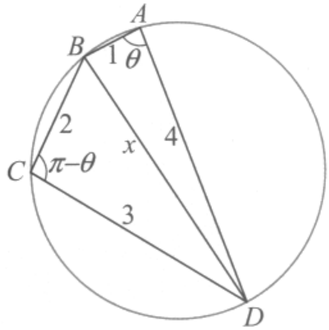
$\therefore$ 外心 $G(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$,

直徑 $= 2R$

$= 2\overline{AG} = 2\sqrt{\frac{25}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{26}$.

17. 如下圖，$\triangle ABD$ 中

$\cos\theta = \frac{1^2 + 4^2 - x^2}{2 \cdot 1 \cdot 4} = \frac{17 - x^2}{8}$,



$\triangle BCD$ 中

$\cos(\pi - \theta) = \frac{2^2 + 3^2 - x^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{13 - x^2}{12}$,

$\because \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$,

$\therefore \frac{13 - x^2}{12} = -\frac{17 - x^2}{8}$,

$20x^2 = 308$ ⇒ $x^2 = \frac{77}{5}$

$\therefore x = \pm\sqrt{\frac{77}{5}}$（負不合）.

18. $\log 3^{100} = 100 \times \log 3 = 100 \times 0.4771$

$= 47.71 = 47 + 0.71$,

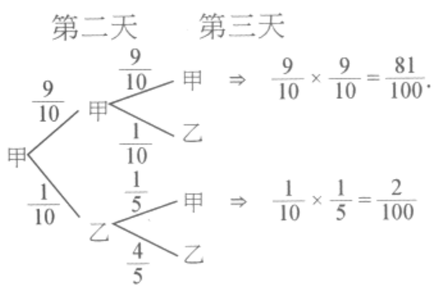
尾數 $= 0.71$ $\underset{\log 5}{0.699} < 0.71 < \underset{\log 6}{0.7781}$

$\therefore 0.71 = \log 5 \cdots$,

$\therefore 3^{100}$ 的最高位數字為 5

⇒ $a = 5$.

19.



$\therefore \frac{81}{100} + \frac{2}{100} = \frac{83}{100}$.

20.

	P	錢
三粒均 n 點	$C_1^6 \cdot \frac{1}{6} \cdot C_3^3(\frac{1}{6})^3$ $= \frac{1}{216}$	3
恰二粒 n 點	$C_1^6 \cdot \frac{1}{6} C_2^3(\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^1$ $= \frac{15}{216}$	2
恰一粒 n 點	$C_1^6 \cdot \frac{1}{6} C_1^3(\frac{1}{6})^1 \cdot (\frac{5}{6})^2$ $= \frac{75}{216}$	1
沒有 n 點	$C_1^6 \cdot \frac{1}{6} \cdot (\frac{5}{6})^3$ $= \frac{125}{216}$	-1

$$E = \frac{1}{216} \times 3 + \frac{15}{216} \times 2$$
$$+ \frac{75}{216} \times 1 + \frac{125}{215} \times (-1)$$
$$= \frac{-17}{216}.$$