答案與解析 Answer

答案

第一部分：選擇題

一、單一選擇題

1. (C)　2. (C)　3. (E)

二、多重選擇題

4. (C)(D)(E)　5. (A)(C)(E)　6. (A)(D)　7. (B)(C)(E)　8. (A)(B)(E)　9. (A)(B)(D)
10. (A)(C)(D)(E)

第二部分：填充題

11. 25.7　12. 40　13. $\frac{1}{12}$　14. $5x-2$　15. 544　16. $\sqrt{14}$　17. 13　18. 6　19. 0.01　20. 210

解析

第一部分：選擇題

一、單一選擇題

1. $\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$ 代入，

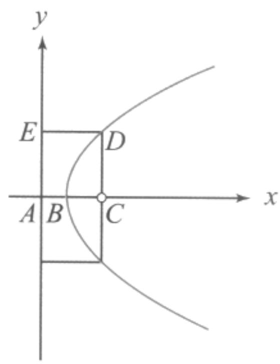
$\log a = -\frac{1}{2}\log 2 = -0.1505$,

$\log b = -\frac{1}{3}\log 3 = -0.15903$,

$\log c = -\frac{1}{2}\log 2 = \log a$,

$\therefore a = c > b$.

2. 由簡易畫圖觀察四邊形 $ACDE$ 接近正方形，



$\therefore C$ 為拋物線之焦點.

3. $W = 7(24 - X) = 168 - 7X$,

平均數 $\overline{W} = 168 - 7\overline{X}$,

標準差 $S_W = 7S_X$.

$$R_{XY} = \frac{\Sigma(x_i - \overline{X})(y_i - \overline{Y})}{nS_XS_Y}$$

$$R_{WY} = \frac{\Sigma(w_i - \overline{W})(y_i - \overline{Y})}{nS_WS_Y}$$

$= \frac{\Sigma[(168-7x_i)-(168-7\overline{X})][y_i-\overline{Y}]}{n(7S_X)S_Y}$

$= \frac{(-7)\Sigma(x_i-\overline{X})(y_i-\overline{Y})}{7nS_XS_Y}$

$= -R_{XY}$,

$\therefore R_{WY} = -R_{XY}$.

二、多重選擇題

4. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$，x 為第二象限角.

(A) $\cos x = -\frac{4}{5}$.

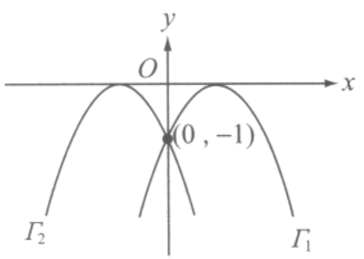
(B) $\tan x = -\frac{3}{4}$.

(C) $\cot x = -\frac{4}{3}$.

(D) $\sec x = -\frac{5}{4}$.

(E) $\csc x = \frac{5}{3}$.

5. 如下圖，$y = f(x)$ 的圖形可能為 Γ_1 或 Γ_2.



(A)開口向下，$\therefore a < 0$.

(B) b 不確定.

(C)與 y 軸交點$(0, -1)$，$\therefore c = -1$.

(D)與 x 軸相切，

$\therefore b^2 - 4ac = 0$，$b^2 = 4ac$，

又 $a \neq 0$，$c \neq 0$，$\therefore b^2 + 4ac \neq 0$.

(E) $a + b + c = f(1) \leq 0$.

6. 已知 $a = bq + r$，

由輾轉相除法的原理知

$(a, b) = (b, r)$，$(a, q) = (q, r)$.

7. 設得 16 分者有 x 球，得 6 分者有 y 球，總分 $n = 16x + 6y$，

x，$y \in \boldsymbol{N} \cup \{0\}$.

(A) 26 分……不可能.

(B) $x = 1$，$y = 2$ 時，$n = 28$ 分.

(C) $x = 4$，$y = 3$ 時，$n = 82$ 分.

(D) 103 分為奇數……不可能.

(E) $x = 17$，$y = 2$ 時，$n = 284$（分）.

8. (A) $\overrightarrow{AB}(-4, 3)$，$\overrightarrow{OC} = (-4, 3)$，

∴四邊形 $ABCO$ 是平行四邊形.

(B) $\overrightarrow{AB} = (-4, 3)$，$\overrightarrow{CB} = (150, 200)$，

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$，$\therefore \angle ABC$ 為直角，

∴四邊形 $ABCO$ 為長方形.

(C) $\overrightarrow{CA} = (154, -197)$，

$\overrightarrow{OB} = (146, 203)$，

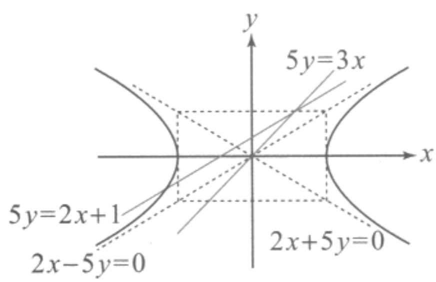
$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{OB} \neq 0$，∴對角線不垂直.

(D) $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{154^2 + 197^2} < 251$.

(E)面積 $= \overline{AB} \times \overline{BC}$

$= 5 \times 250 = 1250$.

9. 如下圖，兩漸近線為 $2x - 5y = 0$ 與 $2x + 5y = 0$.



(A) $5y = 2x$ 為漸近線，∴不相交.

(B) $5y = 3x$，斜率為 $\frac{3}{5}$，∴不相交.

(C) $5y = 2x + 1$ 與 $5y = 2x$ 平行（如圖），$\therefore 5y = 2x + 1$ 與雙曲線交於一點.

(D) $5y=-2x$ 為漸近線，∴不相交.

(E) $y=100$ 為水平線，必與雙曲線相交.

10. $z^6=1$，$\therefore z_i=\cos\frac{2k\pi}{6}+i\sin\frac{2k\pi}{6}$，

$k=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5.$

(A) $|z|=\sqrt{\cos^2\frac{2k\pi}{6}+\theta\sin^2\frac{2\pi n}{6}}$

$=\sqrt{1}=1.$

(B) z^2 不一定為 1.

(C) $z^6-1=(z^3-1)(z^3+1)=0$,

$\therefore z^3=1$ 或 $z^3=-1$.

(D) $|z^4|=|z|^4=1^4=1.$

(E) z^6-1

$=(z-1)(z^5+z^4+z^3+z^2+z+1)$

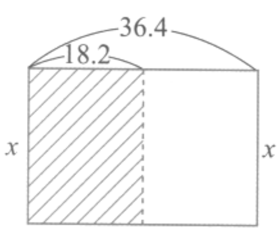
$=0.$

$\because z-1\neq 0$,

$\therefore z^5+z^4+z^3+z^2+z+1=0.$

第二部分：填充題

11. 設 B4 的短邊長為 x.



由相似形的比例關係知,

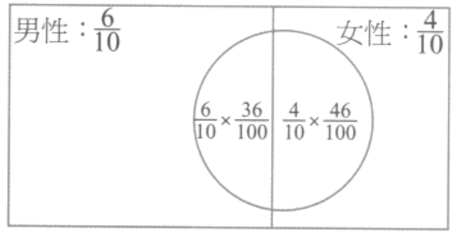
$\frac{36.4}{x}=\frac{x}{18.2}$.

$x^2=(2\times 18.2)\times 18.2$

$=(18.2)^2\times 2$,

$\therefore x=18.2\times\sqrt{2}\doteqdot 25.7.$

12. $\frac{6}{10}\times\frac{36}{100}+\frac{4}{10}\times\frac{46}{100}=\frac{400}{1000}=40\%.$



〈另解〉直接求滿意的人數

男性滿意人數

$=600\times\frac{36}{100}=216$（人）.

女性滿意人數

$=400\times\frac{46}{100}=184$（人）.

整體滿意度

$=\frac{216+184}{600+400}=\frac{400}{1000}=40\%.$

13.

完全立方數	
$1^3=1$	不可能
$2^3=8$	(1 , 8) 或 (2 , 4)
$3^3=27$	(3 , 9)
$4^3=64$	不可能

∴機率 $P=\frac{3}{C^9_2}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}.$

14. $f(x)\div(x^2-5x+4)\cdots x+2$

$\Rightarrow\ f(1)=3,\ f(4)=6.$

$f(x)\div(x^2-5x+6)\cdots 3x+4$

$\Rightarrow\ f(2)=10,\ f(3)=13.$

設 $f(x)=(x-1)(x-3)Q(x)$

$+a(x-3)+13$,

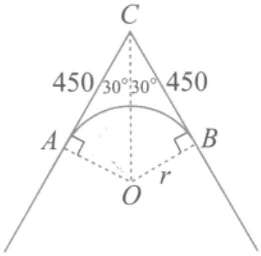
又 $f(1)=3$ 代入,

$a\times(-2)+13=3$

$\Rightarrow\ a=5.$

∴餘式 $=5(x-3)+13=5x-2.$

15. 如下圖,



$\overline{OA} = \overline{OB} = r$,

$\angle COB = 60°$, $\therefore r = \dfrac{450}{\sqrt{3}} = 150\sqrt{3}$,

$\angle AOB = 120° = \dfrac{2}{3}\pi$,

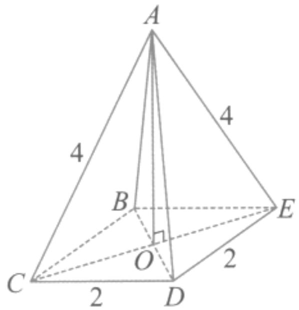
$\therefore \overset{\frown}{AB} = 150\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3}\pi$.

參考數據知: $\sqrt{3} \doteqdot 1.732$,

$\pi \doteqdot 3.142$, 代入,

$\therefore \overset{\frown}{AB} \doteqdot 544$ (公尺).

16.



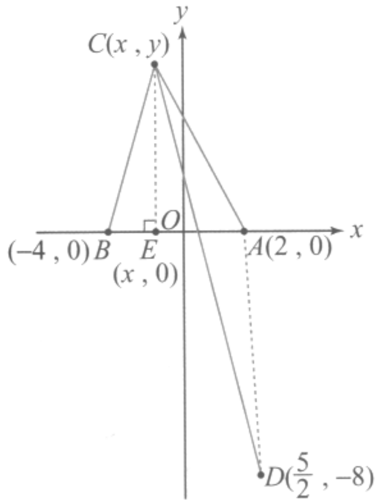
如上圖,

$\overline{CE} = 2\sqrt{2}$, $\overline{CO} = \sqrt{2}$,

$\triangle ACO$ 中, 由畢氏定理知:

$\overline{AO} = \sqrt{4^2 - \sqrt{2}^2} = \sqrt{14}$.

17. 設 $C(x, y)$, 如下圖,



$\therefore E(x, 0)$.

$\triangle ACE$ 中, $\tan\angle EAC = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{AE}} = \dfrac{8}{9}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{y}{2 - x} = \dfrac{8}{9}$,

$\triangle BCE$ 中, $\tan\angle EBC = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{BE}} = \dfrac{8}{3}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{y}{x - (-4)} = \dfrac{8}{3}$,

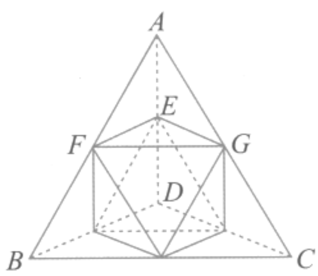
$\begin{cases} 8x + 9y = 16 \\ 8x - 3y = -32 \end{cases}$, $y = 4$, $x = -\dfrac{5}{2}$,

$\therefore C(-\dfrac{5}{2}, 4)$

$\overline{CD} = \sqrt{(-\dfrac{5}{2} - \dfrac{5}{2})^2 + (4 + 8)^2} = 13$.

18. 小四面體 $AFGE$ 相似大四面體 $ABCD$

邊長比為 1: 2



$\Rightarrow$ 體積比為 $1 : 8$.

正八面體的體積

$= \text{大四面體體積} - 4 \times (\text{小四面體體積})$

$= 12 - 4 \times (12 \times \frac{1}{8})$

$= 6.$

19.

$$\text{機率 } P = \frac{0.05 \times 0.16}{0.95 \times 0.8 + 0.05 \times 0.16}$$

$$= \frac{0.008}{0.7608} \fallingdotseq 0.00105 \fallingdotseq 0.01.$$

20. 〈方法一〉甲、乙先出列

$C_2^7 \cdot C_2^5 \cdot C_3^3 = 210$

C_3^3 → 最後 3 人一隊

C_2^5 → 剩下 5 人中再選 2 人與乙同隊

C_2^7 → 7 人中選 2 人與甲同隊

〈方法二〉

全部方法數 − 甲乙同隊的方法數

$$\frac{C_3^9 C_3^6 C_3^3}{3!} - \frac{C_1^7 C_3^6 C_3^3}{2!} = 280 - 70 = 210.$$