

貳·90 學年度大學聯合招生考試詳解

第一部分：多重選擇題

1. (B)(C)(D)(E)

【說明】(A) 0.62 為有理數，但 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 為無理數 $\therefore 0.62 \neq \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$$(B) \frac{1}{x} - 1 = \frac{2}{\sqrt{5}-1} - 1 = \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{(3-\sqrt{5})(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$(C) 1-x^2 = 1 - \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{-2+2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$(D) \frac{1}{1+x} = \frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$(E) 1-x+x^2-x^3+\dots = \frac{1}{1-(-x)} = \frac{1}{1+x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

2.(A)(B)(C)(E)

【說明】(A)圖形通過 $(-1, -3)$ 與 $(3, -1)$ 兩點且與 x 軸沒有交點，圖形如右 \therefore 開口向下 $\Rightarrow a < 0$

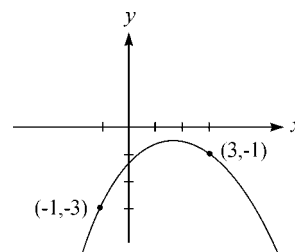
(B) $\because b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow b^2 < 4ac$ ，又 $b^2 > 0$ 且 $a < 0$
 $\therefore c < 0$

(C)拋物線的頂點在直線 $x = 1$ 的右方

\therefore 拋物線在區間 $[0, 1]$ 為上升圖形 $\therefore f(0) < f(1)$

(D)由圖形知，拋物線在 $[4, 5]$ 為下降圖形 $\therefore f(4) > f(5)$

(E)由圖形知，拋物線在 $[-3, -2]$ 為上升圖形 $\therefore f(-3) < f(-2)$



3.(A)(B)(D)

【說明】(A)已知橢圓的四個頂點，可得 a 、 b 、 c 之值與兩焦點之座標，利用橢圓的定義，可求出橢圓方程式

(B)由已知可得 $2a$ 之值，利用橢圓的定義，可求出橢圓方程式

(C)無法求出兩焦點座標，故不能求出橢圓方程式

(D)由已知，可得 $2a$ 之值，再代入橢圓的定義中，可求出橢圓的方程式

(E)無法得知長軸所在的直線方程式，故無法求出兩焦點座標，所以不能求出橢圓的方程式。

4.(B)(C)(D)

【說明】設 x 歲時發現歐羅巴衛星

$$\therefore 68 - (x - 1) = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 46$$

(A)出生於西元 1564 年

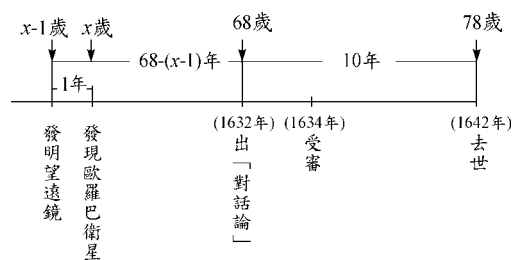
(B) $x - 1 = 45 \therefore 45$ 歲時發明望遠鏡

(C) $68 - 45 = 23$ 年 $1632 - 23 = 1609$

$1609 + 1 = 1610$ 年發現歐羅巴衛星

(D) $78 - 10 = 68$ 68 歲時出版「對話錄」一書

(E)於西元 1642 年去世



5. (A)(B)(C)(E)

【說明】(A) $Q.D. = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = 1.5$ (小時)【註】舊教材中， $Q.D. = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$ ，新教材為 $Q.D. = Q_3 - Q_1$ (B) $Q_1 \leq M_e \leq Q_3 \quad \therefore 7.0 \leq \text{中位數} \leq 10.0$ (C) 40 筆數據由小到大重新排列： x_1, x_2, \dots, x_{40}

$$Q_3 = \frac{x_{30} + x_{31}}{2} \Rightarrow x_{30} \leq Q_3 \leq x_{31} \quad Q_3 = 10 \text{ 小時}$$

 \therefore 約有 10 名學生超過 10 小時(D) \therefore 40 筆數據不一定是常態分佈

(E) 少於 7 小時者約有 10 名，多於 10 小時者約有 10 名

 \therefore 在 7 小時與 10 小時之間者約有 20 名

第二部分：非選擇題

一、填充題

1. $\frac{\sqrt{50-10\sqrt{5}}}{10}$

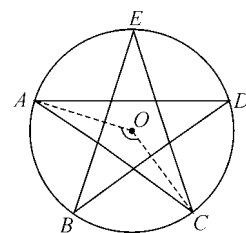
【說明】設 $\overline{AO} = \overline{CO} = x$ ΔACO 中， $\angle AOC = 144^\circ$

$$\cos 144^\circ = -\cos 36^\circ = -(1 - 2\sin^2 18^\circ) = -\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$$

由餘弦定理知 $\overline{AC}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{CO}^2 - 2\overline{AO} \times \overline{CO} \times \cos 144^\circ$

$$1 = x^2 + x^2 + \frac{1 + \sqrt{5}}{2}x^2$$

$$\therefore x^2 = \frac{2}{5 + \sqrt{5}} = \frac{2(5 - \sqrt{5})}{20} = \frac{5 - \sqrt{5}}{10} \quad \therefore x = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} = \frac{\sqrt{50 - 10\sqrt{5}}}{10}$$



2. $\frac{119}{190}$

【說明】高一有 11 位，高二有 5 位，高三有 4 位

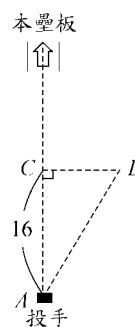
$$P = \frac{C_1^{11} C_1^5 + C_1^5 C_1^4 + C_1^4 C_1^{11}}{C_2^{20}} = \frac{119}{190}$$

3. 17

【說明】如右圖， $\overline{BC} : \overline{AC} = 50 : 120 = 5 : 12$

又 $\overline{BC} \perp \overline{AC} \quad \therefore \overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 5 : 12 : 13$

$\overline{AC} = 16 \quad \therefore \overline{AB} = 16 \times \frac{13}{12} = \frac{52}{3} \approx 17$ (公尺)



4. 43200

【說明】 $\frac{C_1^6 \times 5!}{2} \times 5! = 43200$ (種)

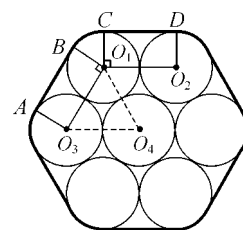
5. $12 + 2\pi$

【說明】 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{O_1O_2} = 2$ ，又 $\triangle O_1O_3O_4$ 為正三角形

$\angle O_3O_1O_4 = 60^\circ \Rightarrow \angle O_3O_1O_2 = 120^\circ$

$\therefore \angle BO_1C = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ ， $\widehat{BC} = 1 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

全部外圍粗線段長 $= 6 \times \overline{AB} + 6\widehat{BC} = 12 + 2\pi$



二、計算題

1. (1) 10^{11} (2) 758

【說明】(1) $\log E(r) = 5.24 + 1.44r$

$\log E(4) = 5.24 + 5.76 = 11 \quad \therefore E(4) = 10^{11}$

(2) $\log E(4) = 11 \Rightarrow E(4) = 10^{11}$

$\log E(6) = 13.88 \Rightarrow E(6) = 10^{13.88}$

$\frac{E(6)}{E(4)} = \frac{10^{13.88}}{10^{11}} = 10^{2.88} = (10^{1.44})^2 = 27.54^2 = 758.45 \approx 758$

2. (1) 2200 分錢 (2) 95 人，107 人，230 人

【說明】(1) 已知包子全賣完 \therefore 賣了 999 個包子

$7195 - 999 \times 5 = 7195 - 4995 = 2200$ (分錢)

(2) 設買一個包子有 x 人，買二個包子有 y 人，買三個包子有 z 人

$$\text{依題意知} \begin{cases} x + y + z = 432 \\ x + 2y + 3z = 999 \\ 8x + 15y + 21z = 7195 \end{cases} \Rightarrow x = 95, y = 107, z = 230$$

\therefore 買一個包子有 95 人，買二個包子有 107 人，買三個包子有 230 人