貳．91 學年度指定科目考試（數學乙）詳解

第壹部分

一、單一選擇題

1.(D)

【說明】令 $f(x)=x^4-4x^3-3x^2+x+1$

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	160	35	2	1	-4	-25

$\because f(0)\cdot f(1)<0$

$\therefore$ 依勘根定理知方程式 $f(x)=0$ 在 $x=0$ 與 $x=1$ 之間必有實根

2.(C)

【說明】

地區＼相對生活滿意度＼年度	88	89	90
北	$\frac{75.4}{79.1}\ (=1-\frac{3.7}{79.1})$	$\frac{73.3}{73.2}\ (=1+\frac{0.1}{73.2})$	$\frac{63.3}{64.1}\ (=1-\frac{0.8}{64.1})$
中	$\frac{74.6}{79.1}\ (=1-\frac{4.5}{79.1})$	$\frac{73.8}{73.2}\ (=1+\frac{0.6}{73.2})$	$\frac{61.9}{64.1}\ (=1-\frac{2.2}{64.1})$
南	$\frac{77.6}{79.1}\ (=1-\frac{1.5}{79.1})$	$\frac{71.6}{73.2}\ (=1-\frac{1.6}{73.2})$	$\frac{60.0}{64.1}\ (=1-\frac{4.1}{64.1})$

由上表知，相對生活滿意度

(A)北部地區在 88～90 三年中，以 89 最高，88 最低

(B)中部地區在 88～90 三年中，以 89 最高，88 最低

(C)南部地區在 88～90 三年中，以 88 最高，90 最低

(D)(E)由上表知，四地區民間生活滿意度的差異在 88 年度達最大，89 年度最小

二、選填題

A.③ 8

【說明】令目前小市民的薪水爲 P 元

依題意 $P(1+0.01a)^{10} \geq 2P$

$\Rightarrow (1+0.01a)^{10} \geq 2 \Rightarrow log(1+0.01a)^{10} \geq log2$

$\Rightarrow 10log(1+0.01a) \geq 0.301 \Rightarrow log(1+0.01a) \geq 0.0301$

由查表知 $log(1+0.01\times 7) \doteqdot 0.0294$

$\therefore log(1+0.01a) > log(1+0.01\times 7)$

$\Rightarrow 1+0.01a > 1+0.01\times 7 \Rightarrow a > 7$

又 a 爲整數　$\therefore$ a 的最小值爲 8

B.④ 3　⑤ 5

【說明】由已知 $2a = 5+1 \quad \Rightarrow a = 3$，$\overline{FF'} = 2c = 5-1 \quad \Rightarrow c = 2$

再由 $a^2 = b^2+c^2$ 可得 $b^2 = 5$　$\therefore b = \pm\sqrt{5}$（$\because b > 0$　$\therefore$ 負不合）

$\therefore (a,b) = (3,\sqrt{5})$

C.⑥ 2　⑦ 2

【說明】由圖及正八角星形可推得

$\angle CAO = \dfrac{360^\circ}{8}\times\dfrac{3}{2} = 67.5^\circ$

$\angle AOC = \dfrac{360^\circ}{8}\times\dfrac{1}{2} = 22.5^\circ$

$\therefore \angle ACO = 90^\circ$　$\therefore$ $a : b$ 之比值$=\dfrac{a}{b}=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AO}} = sin22.5^\circ$

又 $sin22.5^\circ = \sqrt{\dfrac{1-cos45^\circ}{2}} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$　$\therefore \dfrac{a}{b} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

D.⑧ 1　⑨ 5

【說明】選擇數＝任選 2 天－相連＝$C^7_2 - 6 = 21 - 6 = 15$

E.⑩ 5　⑪ 6

【說明】圖 $E-5$ 焊接點數

$= 1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+(1+2+3+4+5)+(1+2+3+4+5+6)$

$= 56$

F.⑫ 2

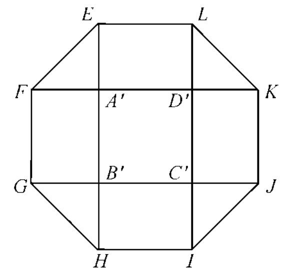
【說明】令上面正方形 $ABCD$ 在底面之正射影爲 $A'B'C'D'$，

則 $\overline{AA'}$ 可表爲此鋼架的高度

$\because\ \overline{A'F}^2+\overline{A'E}^2=\overline{EF}^2$，又 $\overline{A'E}=\overline{A'F}$ 且 $\overline{EF}=2$

$\therefore\ \overline{A'E}=\sqrt{2}$，$\overline{AA'}=\sqrt{\overline{AE}^2-\overline{A'E}^2}$，又 $\overline{AE}=2$

$\therefore\ \overline{AA'}=\sqrt{2}$



第貳部分

一、甲地

【說明】選擇甲地的期望值 $E_{甲}=10000\times0.6+(-7000)\times0.4=3200$（萬元）

選擇乙地的期望值 $E_{乙}=6000\times0.7+(-5000)\times0.3=2700$（萬元）

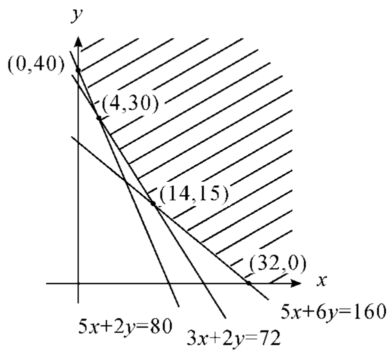
$\because\ E_{甲}>E_{乙}$　$\therefore$ 選擇甲地投資較有利

二、花費 290 萬元，報章雜誌分配 140 萬元，電台分配 150 萬元，效果最好

【說明】令需報章雜誌 $10x$ 萬元，電台 $10y$ 萬元，

由題意可得可行解區域爲

$$\begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 5x+6y\ge 160 \\ 10x+4y\ge 160 \\ 15x+10y\ge 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 5x+6y\ge 160 \\ 5x+2y\ge 80 \\ 3x+2y\ge 72 \end{cases}$$



目標函數 $f(x,y)=x+y$

(x,y)	$(0,40)$	$(4,30)$	$(14,15)$	$(32,0)$
$f(x,y)=x+y$	40	34	29	32

$\Downarrow$
最小值

由上圖表知報章雜誌分配 140 萬元，電台分配 150 萬元，花費最小值爲 290 萬元

三、(1) $a_2=2$，$a_3=\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$，$a_4=3$，$a_5=\dfrac{1+\sqrt{33}}{2}$，$a_6=\dfrac{1+\sqrt{41}}{2}$，$a_7=4$

(2)(3)說明如下

【說明】(1) $a_1=\dfrac{1+\sqrt{8\times 1-7}}{2}=1$，$a_2=\dfrac{1+\sqrt{8\times 2-7}}{2}=2$

$a_3=\dfrac{1+\sqrt{8\times 3-7}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$， $a_4=\dfrac{1+\sqrt{8\times 4-7}}{2}=3$

$a_5=\dfrac{1+\sqrt{8\times 5-7}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{33}}{2}$， $a_6=\dfrac{1+\sqrt{8\times 6-7}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{41}}{2}$

$a_7=\dfrac{1+\sqrt{8\times 7-7}}{2}=4$

(2) $\because$ $k^2-k=k(k-1)$ 又 $k\in N\Rightarrow k$、$k-1$ 爲連續整數

$\therefore$ k^2-k 必爲偶數

(3) 令 $a_m=k$

$\Rightarrow\ \dfrac{1+\sqrt{8m-7}}{2}=k\Rightarrow\sqrt{8m-7}=2k-1$

$\Rightarrow\ 8m-7=4k^2-4k+1\Rightarrow 8m=4(k^2-k)+8$

由(2)知 k^2-k 爲 2 的倍數，令 $k^2-k=2t$，$t\in N$

$\Rightarrow\ 8m=8t+8\Rightarrow m=t+1$

因此必可找到 m，使得 $a_m=k$