貳．92 學年度指定科目考試（數學乙）詳解

一、單一選擇題

1.(C)

【解析】觀察統計圖知：$\dfrac{500-100}{23} \doteqdot 17$（人）

2.(E)

【解析】$\dfrac{21}{42} \times \dfrac{20}{41} \times \dfrac{19}{40} \times \dfrac{18}{39} \times \dfrac{17}{38} \times \dfrac{16}{37}$ 的值最接近 $\dfrac{1}{2^6}$

3.(D)

【解析】將資料一一代入各選項檢查之

(A) $y=\dfrac{1}{4}P \quad \Rightarrow$ 只有（270，63）合，其餘誤差太大

(B) $y=0.1P+36 \quad \Rightarrow$ 只有（270，63）合，其餘不合

(C) $y=4\sqrt{P} \quad \Rightarrow$ （126540，500）代入，不合

(D) $y=10\sqrt[3]{P} \quad \Rightarrow$ 一一代入，都合近似值

(E) $y=27logP \quad \Rightarrow$ （4480，165）代入，誤差太大

$27log4480 < 27log10^4 = 108$，與 165 誤差太大

又 $27log126540 < 27log10^6 = 162$，與 500 誤差太大

4.(C)

【解析】A：表示阿雄被抽中的事件，B：表示阿珠被抽中的事件

(A)簡單隨機抽樣 $\Rightarrow$ 每人機會均等

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{100}{10000}\times\frac{99}{9999}}{\frac{100}{10000}}=\frac{99}{9999}<\frac{1}{100}$$

(B) $10000\div 100=100$

系統抽樣　⇒　每隔 100 個號碼抽 1 個樣本

阿雄爲 501 號　⇒　永遠不可能被抽中

$\therefore P(A)=0$

(C)依男女人數比例抽樣　⇒　男生取 60 人，女生取 40 人

男女各抽各的，阿雄不受阿珠影響

$\therefore P(A)=\frac{60}{6000}=\frac{1}{100}$

(D)文學院取 10 人，理學院取 20 人，工學院取 30 人，管理學院取 40 人

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{40}{4000}\times\frac{39}{3999}}{\frac{40}{4000}}=\frac{99}{3999}<\frac{1}{100}$$

(E)各學院均取 25 人

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{25}{4000}\times\frac{24}{3999}}{\frac{25}{4000}}=\frac{24}{3999}<\frac{39}{3999}<\frac{1}{100}$$

二、多重選擇題

5. (A)(D)

【解析】ΔOAB 爲正三角形　$\therefore \overline{OA}=\overline{OB}$，$\angle AOB=60^\circ$

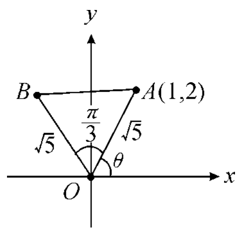
$$\begin{bmatrix} cos60^\circ & -sin60^\circ \\ sin60^\circ & cos60^\circ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{2}-\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}+1 \end{bmatrix}$$

$\therefore B(\frac{1}{2}-\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2}+1)$　⇒　$b_1=\frac{1}{2}-\sqrt{3}$，$b_2=\frac{\sqrt{3}}{2}+1$

$$(cos60^\circ+i\,sin60^\circ)(1+2i)=(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)(1+2i)$$

$$=(\frac{1}{2}-\sqrt{3})+(1+\frac{\sqrt{3}}{2})i=b_1+b_2i$$

【另解】用極式判斷



$(1+2i)=\sqrt{5}(cos\theta+i\,sin\theta)$

$\therefore (cos60^\circ+i\,sin60^\circ)(1+2i)$

$=\sqrt{5}[cos(60^\circ+\theta)+i\,sin(60^\circ+\theta)]$…即爲 B 點

$\therefore (cos60^\circ+i\,sin60^\circ)(1+2i)=b_1+b_2i$

6.(B)

【解析】(A) $tan\alpha=\frac{2}{3}$，$tan(\alpha+\beta)=\frac{4}{3}$

$$tan\beta=tan[(\alpha+\beta)-\alpha]=\frac{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}}=\frac{6}{17}$$

$\therefore \alpha>\beta$

(B) $tan\alpha=\frac{2}{3}$，$tan(\alpha'+\beta')=\frac{2}{3}$　　$\therefore \alpha=\alpha'+\beta'$

(C) $tan\alpha=\frac{2}{3}$，$tan(2\alpha')=\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}}=\frac{3}{4}$　　$\therefore \alpha\neq 2\alpha'$

(D) $tan(\alpha+\beta)=\frac{4}{3}$，$tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}>\frac{4}{3}$

$\therefore tan(\alpha+\beta)<tan\frac{\pi}{3}$，即 $\alpha+\beta<\frac{\pi}{3}$

(E) $tan(\alpha'+\beta')=\frac{2}{3}$，$tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$tan(\alpha'+\beta')>tan\frac{\pi}{6}$，即 $\alpha'+\beta'<\frac{\pi}{6}$

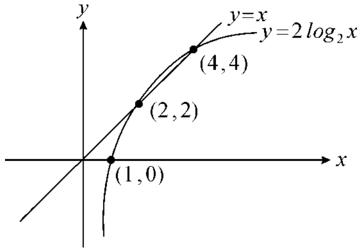
7.(B)(C)

【解析】方程式 $x^2=2^x$ 有二正根、一負根

當兩邊取 log_2 後，方程式 $2log_2x=x$，其中真數 $x>0$

$\therefore 2log_2x=x$ 有二正實根

【另解】如右圖



$x=2$ 時，$y=2log_22=2$，有一交點 $(2,2)$

$x=4$ 時，$y=2log_24=4$，有一交點 $(4,4)$

$\therefore$方程式 $2log_2x=x$ 有二實數解 2、4

8.(D)(E)

【解析】(A) 6、0、0、0、0、0、0，平均值小於 3，卻有一值大於 5

(B) 6、6、6、6、6、6、6，標準差小於 1，但每一個值都大於 5

(C) 2、2、2、3、3、3、6，平均值 ≤ 3，標準差$=\sqrt{2}$，但卻有一值大於 5

(D)因爲平均值小於等於 3，全距小於等於 2

∴最大值一定小於或等於 5

(E)因爲眾數＝1，全距 ≤ 4　∴最大值一定小於或等於 5

三、選填題

A.⑨ 1　⑩ 8　⑪ 1

【解析】
$$\begin{cases} S = aH+bW-0.01\cdots① \\ S+0.03 = a(H+0.05)+bW-0.01\cdots② \\ S+0.05 = aH+b(W+4)-0.01\cdots③ \end{cases}$$

$②-①\quad\Rightarrow\quad 0.03 = 0.05a\quad \therefore a=\dfrac{3}{5}$

$③-①\quad\Rightarrow\quad 0.05 = 4b\quad \therefore b=\dfrac{0.05}{4}$

$\therefore S=\dfrac{3}{5}H+\dfrac{0.05}{4}W-0.01$

$H=1.7$，$W=64$ 代入

$\therefore S=\dfrac{3}{5}\times 1.7+\dfrac{0.05}{4}\times 64-0.01=1.81$ 平方公尺

B.⑫ 3　⑬ 7

【解析】觀察規律性：

$a_1=\dfrac{1}{7}$

$a_2=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{1}{7}\times\dfrac{6}{7}=\dfrac{3}{7}$

$a_3=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{3}{7}\times\dfrac{4}{7}=\dfrac{6}{7}$

$a_4=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{6}{7}\times\dfrac{1}{7}=\dfrac{3}{7}$

$a_5=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{3}{7}\times\dfrac{4}{7}=\dfrac{6}{7}$

$a_6=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{6}{7}\times\dfrac{1}{7}=\dfrac{3}{7}$

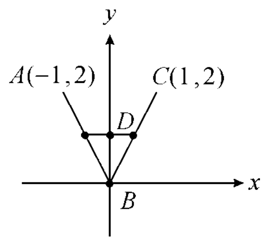
$\vdots$

可得規律性如下：$a_1=\frac{1}{7}$，$a_{2k}=\frac{3}{7}$，$a_{2k+1}=\frac{6}{7}$，（$k\in N$）

$\therefore a_{101}-a_{100}=\frac{6}{7}-\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$

C.⑭ 0　⑮ 5　⑯ 4

【解析】D（0，1），設拋物線 $y=ax^2+bx+c$



將 A、D、C 三點代入，得 $\begin{cases} a-b+c=2 \\ c=1 \\ a+b+c=2 \end{cases}$

$\therefore a=1$，$c=1$，$b=0$

∴拋物線 $y=x^2+1$

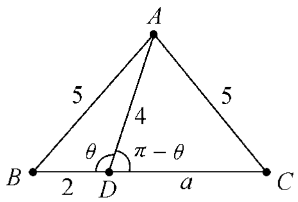
⇒　標準式：$x^2=4\times\frac{1}{4}(y-1)$

∵A、C 二點對稱，D 為頂點

∴焦點坐標（0，$\frac{5}{4}$）

D.⑰ 9　⑱ 2

【解析】如右圖，設$\angle ADB=\theta$，$\angle ADC=\pi-\theta$



在ΔABD 中，$\cos\theta=\frac{4+16-25}{2\times 2\times 4}$

在ΔADC 中，$\cos(\pi-\theta)=\frac{a^2+16-25}{2\times a\times 4}$

$\because \cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

⇒　$\frac{a^2-9}{8a}=-\frac{-5}{16}$　⇒　$2a^2-5a-18=0$　⇒　$a=\frac{9}{2}$ 或-2（不合）

$\therefore a=\frac{9}{2}$

E.⑲ 1　⑳ 8　㉑ 0　㉒ 0　㉓ 0

【解析】設甲倉庫運至 A 市場有 x 單位

乙倉庫運至 B 市場有 y 單位

乙倉庫運至 A 市場有$20-x$單位

甲倉庫運至 B 市場有$30-y$單位

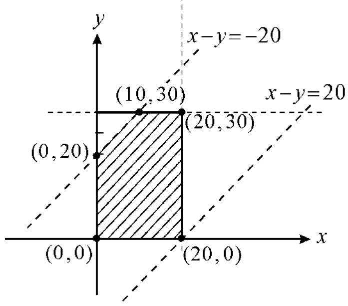
	A	B
甲	x	$30-y$
乙	$20-x$	y

$$\begin{cases} x\ge 0，20-x\ge 0 \\ y\ge 0，30-y\ge 0 \\ x+(30-y)\le 50 \\ (20-x)+y\le 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0\le x\le 20 \\ 0\le y\le 30 \\ x-y\le 20 \\ x-y\ge -20 \end{cases}$$

目標函數：$500x+400(20-x)+450(30-y)+300y$

$=100x-150y+21500$

	$100x-150y+21500$
$(0,0)$	21500
$(20,0)$	23500
$(20,30)$	19000
$(10,30)$	18000 ←最小值
$(0,20)$	18500



∴運輸成本最少為 18000 元

F.㉔ 2　㉕ 4　㉖ 2　㉗ 0　㉘ 0

【解析】$W>(22H^2)(1+10\%)=22H^2\times1.1=24.2H^2$

$\therefore\ c=24.2$，$d=0$，$e=0$

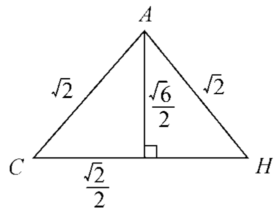
G.㉙ 1　㉚ 2

【解析】四面體 $ACFH$ 的表面積

$=4\times$（正三角形 ACH 的面積）

$=4\times\left(\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$

$=\sqrt{12}$



H.㉛ 1　㉜ 3

【解析】正四面體 $ACHF$，邊長為 $\sqrt{2}$

$\overline{AM}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$\overline{MN}=\dfrac{1}{3}\overline{CM}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

$\overline{AN}=\sqrt{\overline{AM}^2-\overline{MN}^2}=\sqrt{\dfrac{6}{4}-\dfrac{1}{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore$體積$=\dfrac{1}{3}\times$底面積$\times$高

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{12}}{4}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$