

第壹部分

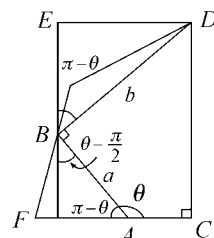
一、單一選擇題

1.(B)

【說明】題目並未註明四邊形為矩形

作 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$, $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ $\square FCDE$ 為矩形

$$\begin{aligned}\overline{CD} &= \overline{EF} = \overline{EB} + \overline{BF} = b \cos(\pi - \theta) + a \sin(\pi - \theta) \\ &= a \sin \theta - b \cos \theta\end{aligned}$$



2.(A)

【說明】設 $A(0, m)$, $B(n, 0)$, $C(x, y)$, $\overline{AB} = l$ (定值)

$$m^2 + n^2 = l^2$$

$$\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1 \quad \therefore \begin{cases} x = \frac{2n}{3} \Rightarrow n = \frac{3}{2}x \\ y = \frac{m}{3} \Rightarrow m = 3y \end{cases} \quad \text{代入}$$

$$\frac{9}{4}x^2 + 9y^2 = l^2$$

$$\text{即 } \frac{x^2}{\frac{4}{9}l^2} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}l^2} = 1 \quad \text{表一橢圓}$$

3.(D)

【說明】假設大約 k 倍

$$k^{0.7} = 10 \Rightarrow 0.7 \log k = 1$$

$$\log k = \frac{10}{7} \approx 1.43 \approx 3 \log 3 = \log 27$$

$$k \approx 27 \text{ 倍}$$

4.(E)

【說明】(A) 機率 P 隨 d 值變動, 非固定值 $\therefore P = \frac{1}{9}$ 不成立

$$(B) P(d=1) = \frac{44}{90}, P(d=2) = \frac{43}{90} \text{ 明顯不合}$$

(C) 由圖形知 $P(1) > P(2) > P(3) \cdots$ 依次遞減

$$\text{但 } P = \frac{(d-5)^2}{60} \text{ 中, } P(1) = P(9), P(2) = P(8) \cdots \text{明顯不合}$$

$$(D) \because P(1) + P(2) + \dots + P(9) = 1$$

$$\text{但 } \frac{2}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^1 + \frac{2}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \dots + \frac{2}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^9 = \frac{1}{10} \left(1 - \frac{1}{5^9}\right) \neq 1 \text{ 明顯不合}$$

$$(E) 1 + \frac{1}{d} > 1, P = \log\left(1 + \frac{1}{d}\right)$$

$$P(1) = \log 2, P(2) = \log \frac{3}{2}, P(3) = \log \frac{4}{3} \dots$$

$P(1), P(2), P(3) \dots$ 依次遞減

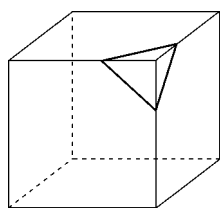
$$P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(9)$$

$$= \log 2 + \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \dots + \log \frac{10}{9} = \log 10 = 1$$

二、多重選擇題

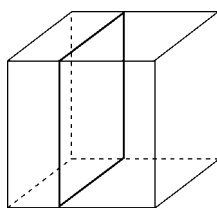
5. (B)(D)

【說明】(A)



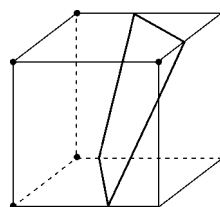
截出三角形，
有一側只有一個頂點

(B)



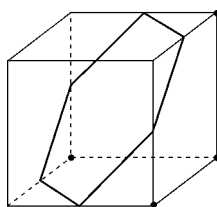
兩側各有 4 個頂點

(C)



一側有 3 個頂點
一側有 5 個頂點

(D)



兩側各有 4 個頂點

(E) 無法截出八邊形

6. (A)(C)

【說明】甲方法中，各班被抽測的機率相等，均為 $\frac{1}{4}$ ，即每位學生被抽測的機率為 $\frac{1}{4}$

乙方法中，各班人數不同，所以被抽中的機率也不同，又愛班人數最多，被抽中的機率最大，且大於 $\frac{1}{4}$

《另解》考試時，用代入法較快

可設忠班 2 人，孝班 3 人，仁班 4 人，愛班 5 人

代入即可得知答案

三、選填題

A. 2

【說明】由根與係數知：
$$\begin{cases} \alpha + \beta = -a \\ \alpha\beta = a - 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |\alpha - \beta|^2 &= \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (-a)^2 - 4(a - 2) \\ &= a^2 - 4a + 8 = (a - 2)^2 + 4 \end{aligned}$$

當 $a = 2$ 時， $|\alpha - \beta|$ 有最小值

B. 161

【說明】在 4 男 7 女中，選 8 人

$$\textcircled{1} \text{ 4 男 4 女 } \Rightarrow C_4^4 C_4^4 = 35$$

$$\textcircled{2} \text{ 3 男 5 女 } \Rightarrow C_3^4 C_5^7 = 84$$

$$\textcircled{3} \text{ 2 男 6 女 } \Rightarrow C_2^4 C_6^7 = 42$$

$$\therefore 35 + 84 + 42 = 161$$

C. $\frac{1}{9}$

【說明】
$$P = \frac{C_1^5 (C_2^8 C_2^6 C_2^4 C_2^2)}{C_2^{10} C_2^8 C_2^6 C_2^4 C_2^2} = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$$

D. $\frac{23}{8}$

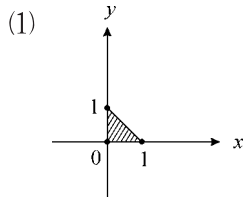
【說明】 $A(0, 0, 2), B(5, 8, 3), \overleftrightarrow{AB} : \begin{cases} x = 5t \\ y = 8t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in R$

$C(0, 7, a)$ ，方向向量 $\vec{u} = (1, 0, 0)$ ， $L : \begin{cases} x = s \\ y = 7 \\ z = a \end{cases}, s \in R$

若相交 $\Rightarrow \begin{cases} 5t = s \\ 8t = 7 \\ 2 + t = a \end{cases} \Rightarrow t = \frac{7}{8}, a = \frac{23}{8}$

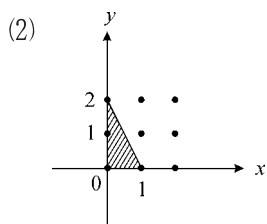
E. (0.5, 1, -1)

【說明】代入檢測法，有 a 、 b 、 c 三個，所以要找三個方程式，聯立解出 a 、 b 、 c



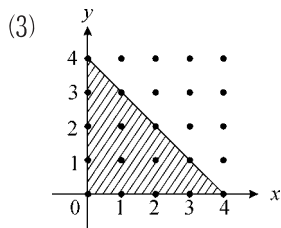
$$\Delta = (a \times 3) + (b \times 0) + c$$

$$\therefore 3a + c = \frac{1}{2}$$



$$\Delta = (a \times 4) + (b \times 0) + c$$

$$\therefore 4a + c = 1$$



$$\Delta = (a \times 12) + (b \times 3) + c$$

$$\therefore 12a + 3b + c = 8$$

$$\text{聯立} \Rightarrow \begin{cases} 3a + c = \frac{1}{2} \\ 4a + c = 1 \\ 12a + 3b + c = 8 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}, c = -1, b = 1$$

$$\therefore (a, b, c) = (0.5, 1, -1)$$

第貳部分：非選擇題

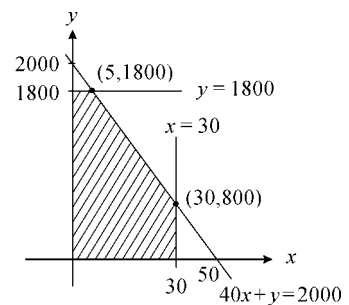
一、(1) $P = 5000x + 100y$ (2)略

【說明】

	所需原料	獲利
中草藥 x	$200x$	$5000x$
健康食品 y	$5y$	$100y$

目標函數：利潤 $P = 5000x + 100y$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 1800 \\ 200x + 5y \leq 10000 \Rightarrow 40x + y \leq 2000 \end{cases}$$



頂點代入 \Rightarrow		$P = 5000x + 100y$
	(0, 0)	0
	(30, 0)	150000
	(30, 800)	230000 \leftarrow 最大
	(5, 1800)	205000
	(0, 1800)	180000

\therefore 當 $x = 30$, $y = 800$ 時, 最大利潤 = 230000

二、(1) 0 分貝 (2) 80 分貝 (3) 90 分貝

【說明】(1) $I = 10^{-12}$, $I_0 = 10^{-12}$

$$\therefore d(I) = 10 \times \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10 \times \log 1 = 0 \text{ (分貝)}$$

(2) $I = 10^{-4}$, $I_0 = 10^{-12}$

$$\therefore d(I) = 10 \times \log \frac{10^{-4}}{10^{-12}} = 10 \times \log 10^8 = 10 \times 8 = 80 \text{ (分貝)}$$

(3) 設一支瓦斯汽笛的聲音強度為 x (W/m^2)

$$70 = 10 \times \log \frac{x}{10^{-12}} \Rightarrow 7 = \log x - \log 10^{-12} = \log x + 12$$

$$\therefore \log x = -5$$

現在 100 支瓦斯汽笛的聲音強度為 $100x$ (W/m^2)

$$\begin{aligned} \therefore d(I) &= 10 \times \log \frac{100x}{10^{-12}} = 10 \times (\log 100 + \log x - \log 10^{-12}) \\ &= 10 \times (2 - 5 + 12) = 10 \times 9 = 90 \text{ (分貝)} \end{aligned}$$